地域政策学ジャーナル
2020，第９巻(通巻第15号)，17-24

特性ベクトルを用いた学生の潜在的基礎学力の可視化手法について

佐藤　眞久(愛知大学)・加藤　竜哉(桜の聖母短期大学)・湯川　治敏(愛知大学)

On Visualization of the deep basic ability of students by using characteristic vectors

Masahisa Sato, Tatsuya Kato, Harutoshi Yukawa

要約：学生の潜在能力を測る新しい手法の提示を行い，そのための数学的理論を構築することが研究の主要な目的である。本研究報告では，学習特性として思考，理解，判断，計算力または表現に注目し，それらからなる特性ベクトルを構成し，その群団の状況から個々の学生の潜在能力を提示することができる事例を示していく。同時に，教科・科目を越えた学生の能力を見いだすことができるという，研究の前提となる仮説の立証のための事例となっていることも確認する。

キーワード：特性ベクトル，代数的手法，思考・判断・表現・計算力・理解

１．序章

学習成果確認のためのテストを行い，採点された点数から総合的な学習能力を見て取ることはできるであろう。しかし，点数が同じでも正解・不正解の設問は当然，学生毎に異なっており，どのような能力を身につける必要があるかは，学生が個々の答案の正誤を見て分析をする必要がある。数学の試験での不正解箇所が計算ミスによるものなのか，定理の適用を誤解しているものなのか，適用する定理が分からなかったのか，考えたことが正確に伝わっていなかったのか，不正解の質というべきものによって今後の学習の指針は異なるものになるであろう。この観点で見ると，正解しているからといって，その能力が満足するものと結論付ける訳にもいかないであろう。ある程度計算能力がある人でも計算間違いは必ずあるが，この能力を潜在的に持っている人が，能力が無いと思い込み，計算を沢山行おうと計算練習に時間を掛けることが，能力を高めることになるであろうか。この時間を正確な理解をする能力を付けることや新しい定理の学習に使った方が，遙かに能力を高めることができる。しかし，学生自身がここまで分析していくことが果たしてできるであろうか。試験から表面的な正誤を見て分析したことが，逆に回り道をしてしまうことにもなりかねない。例えば，最近指導の現場でも文科省でも言われる理解・判断・表現等の能力[3)]に関しても，学生の自己分析での判断と実際の能力に相違があったり，ましてや潜在能力となると自身で計ること自体難しいであろう。そこで，このような自己分析への助力ができるなら，これを客観的データで示して，試験でできなかった短期的に不足する部分を知るだけで無く，今まで思いつかなかったこと，すなわち，どのように自己分析をすれば良いかの能力も早い段階で身につけることが可能になると期待される。社会に出れば，より責任の重い業務に就くほど，必然的にこのような分析能力が要求される。大学四年間或いは大学院の２年間で徐々にこのような分析能力を磨いていくのであろうが，より高度に分析する能力を身につけることができるなら，より有益な仕事ができる力を備えて卒業或いは修了でき，個人にとっても社会にとっても有益であろう。このような分析を通常の試験とは別途に行うことは教員の負担の面でも学生のモチベーションの面からも推

奨はできない。一般に行われる定期試験等を用いてこの分析を行うことが現実的であり，真剣に考えて作成した答案であることでより学生の深くにある能力がよく現れていると考えられるので，より正確なデータベースを提供してくれるであろう。その際重要なことは，正誤に対する点数とは異なる尺度で答案を見る必要がある，という点である。答案の採点においては，通常は重要度や難易度に応じて配点をして点数を付ける。配点が高い問題を正解すれば点数は高くなる。例えば，数学の試験で次のような学生がいたとする。第一の学生は，試験の前半に配置されるような基本的な内容はできているが，これを組み合わせた応用的な問題のできは良くない。第二の学生は，試験の後半に配置されるような応用的な問題はできているが，基本を問うとよく分かっていない。この場合，後者の学生の方が配点の関係で得点が高くなることが多いであろう。しかし，将来的な能力の伸びは前者の方が遙かに高いと考えられる。このように学習特性という観点から，得点とは違う尺度で答案を見ることで特性を見いだしていく必要がある。本研究の主要な研究目的は，このような学習特性を特性群団という概念を用いて抽出し，そのための数学的手法を構築することである。特に本研究報告では，思考・判断・表現という特性に着目し，この能力を指標として特性群団を抽出する。この特性に着目した理由は，新しい時代を生き抜くために必要な能力であり，社会的にもこのように認知され位置づけられていることによる。これについては，文献３）を参照されたい。教科を数学と国語の二科目に設定し，共通特性を見いだすことができるかを検証してみる。数学では計算力，国語では計算力に対応した理解力をそれぞれの固有の特性として付け加え，これらの特性を付加して，これらの特性のなす4 次元特性ベクトルを構成し，その状況を調べてみる。この結果，教科毎の得点集計のみでは現れない面が見えてきており，これらをうまく利用することで，本人は自覚してないが潜在的に持っている可能性を学生に提示するなど，幅広い学生指導に有益なものになると思われる。そこで，以下の章で代数的な手法を用いた特性ベクトルの扱いについて述べていく。

２．特性ベクトル

ある特性を持つグループの特性群団を抽出するために，ベクトルの長さと平均を成分とする基準ベクトルとのなす角度を組にしてグラフ上に表し，群団の状況が見いだせるようにしてみる。これが図１から図４である。

これから空間的な全体状況を想像できる。なお，この元となるデータとしては，2016年度に８大学連携事業で行われたプレイスメントテスト[1)]の結果を用いている。思考・判断・表現・計算力（または理解）よりなる特性ベクトルの構成方法と特性ベクトルの状況を視覚化するための図についてまず説明しておく。

数学の問題の各問が思考・判断・表現・計算力のどの特性に対応する問題か，同様に，日本語の問題の各問が思考・判断・表現・理解のどの特性に対応する問題かにラベル付けする。一問に複数のラベルが付くこともある。該当する特性を持つ問題の正解数を成分に持つベクトルを作る。これを特性ベクトルと呼んでいる。これらの４次元ベクトル全体の集合の状況がどのようになっているかを直接視覚化することはできない。そこで，この状況を把握するため，正解数の平均を成分に持つ基準ベクトルを取り，特性ベクトルの長さと，特性ベクトルが基準ベクトルとなす角度の数の組を作り，これを２次元平面上の点として表す。これが図１から図４で，長さと角度の散布図である。ここで，角度はラジアンを用いている。数値が小さいので，その違いを明確にするため，数値を1,000倍している。正確に視覚化されているとまではなっていないが，特性ベクトルが基準ベクトルにまつわる状況から，４次元の世界にある，これらの４次元ベクトルの集合の大まかな全体像を視覚化する助けになるであろう。ここで，注目して欲しいのは，図５の正解・不正解と得点を示す特性と大きく状況が異なる点である。なお，数的思考以外の科目でも図５と同様な散布図を作ることができるが，傾向は同じなので理系１および理系２の図は省略して数的思考のみの図をあげている。ここでの，数的思考・理系１・理系２の分類は，高校普通科の数学の科目である数学 IA，数学 IAIIB,

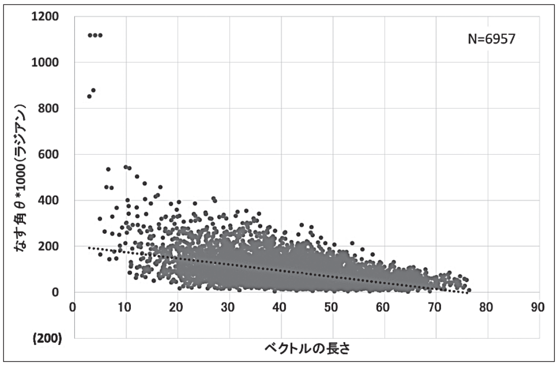

図１．思考・判断・表現・理解の特性ベクトル（日本語）

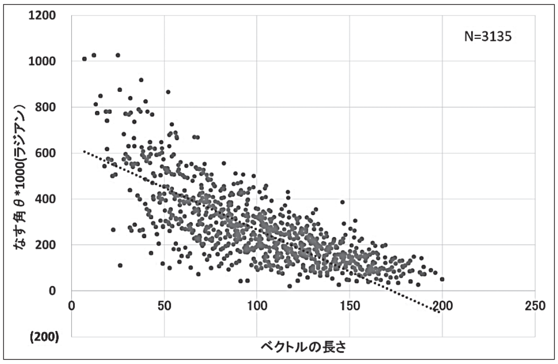

図２．思考・判断・表現・計算力の特性ベクトル（数的思考）

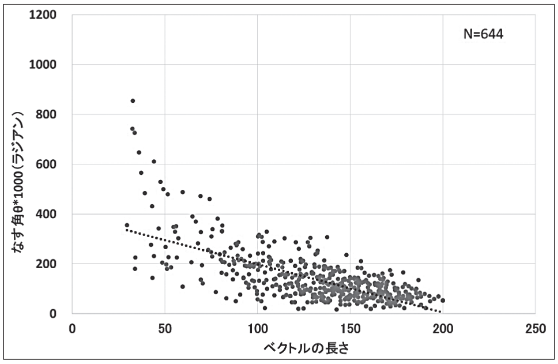

図３．思考・判断・表現・計算力の特性ベクトル（理系１）

数学 IAIIBC の科目構成に対応している。

正解・不正解と得点状況を見るために，問題数の次元を持つベクトルで，正解なら配点を，間違いな

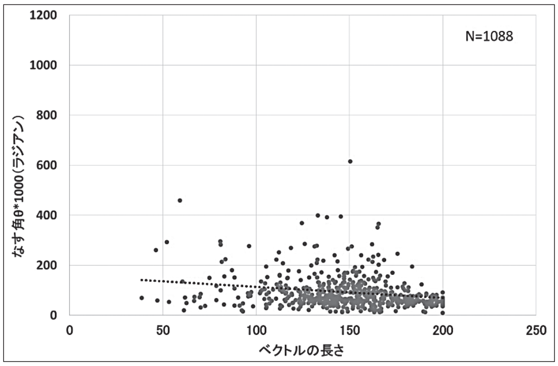

図４．思考・判断・表現・計算力の特性ベクトル（理系２）

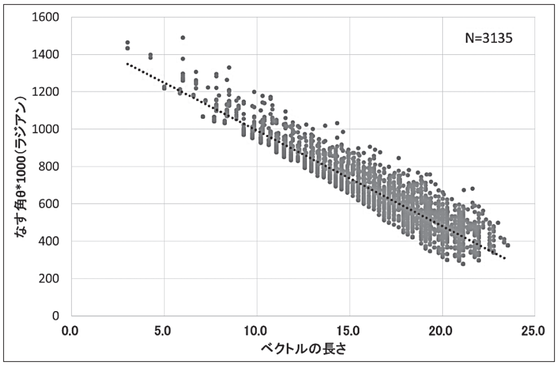

図５．得点の特性ベクトル（数的思考）

ら０を成分に持つ特性ベクトルを作り，長さと各問の平均点を成分に持つ基準ベクトルとのなす角度との数の組を作り，これを２次元平面上の点として表す。この２種類の散布図（特性群団）に大きな違いがあることは一目瞭然であろう。後者は教科の中の各分野の特性を見るのに対し，前者は科目を超えた共通特性を見るもので，測ろうとしている特性の違いが，この散布図（特性群団）の違いに出ていると言える。本研究では2016年の８大学連携のプレイスメントテストの問題を思考・判断・表現・計算力（または理解）とラベル付けしているが，このラベル付けは，著者が行ったもので，この点に関しては，今後の研究でより精度の高いラベル付けを行っていくことが望まれる。しかし，大筋ではそれほど大きく違っていることはないと思われ，全体の傾向を見るには十分耐えられるラベル付けであろう。図

５から分かることは，得点の特性ベクトルは，基準ベクトルを軸とする円錐面に近い図形を成していると言える。それに対し，思考・判断・表現・計算力（または理解）の特性ベクトルは特定の図形は成してない。このことから，これらのベクトルは幾つかの図形（立体）の集まり（群団）からなっていると考えられ，この群団を分類する必要があるであろう。特性ベクトルの集まりから群団を特定することは，本研究の当初からの大テーマで，より一般的な数学理論を構築して対処していく道筋を構想している。実際，このテーマの解決は多くの研究者の参画と地道な研究なくしては難しく多くの時間が掛かるであろう。今回の特性ベクトルに関して，このグループを見いだすために，本研究では次のような考察を行った。まず，個々の図形としての群団があるとして，これは何らかの特徴を持つ集団であると仮定する。注目することは，ここで挙げた特性に関しては，科目の違いで同一の学生でも異なる結果が出ていることである。本研究の基本となる仮説では，学生個人が潜在的に持っている特性は，教科・科目に依らないものである。表面的に出てくる結果は，本人の得意・不得意とか指向性とかの内部要因や置かれている環境や指導者の好き嫌いとか競争などの外部要因などに左右されている。学習指導では，これらに起因する短期的な改善を促すような得点分布からの弱点を示すことで改善を促す。しかし，ここでの目的は別の所にある。個々の科目の改善ではなく，科目を超えた共通特性に起因する能力を適切に示すことで，不得手とか能力が無いとかの思い込みを払拭し，自信を持って学習に取り組む姿勢を持つことができるようにすることである。日本語で判断の力が認定されれば，数学でもその力が本来は発揮される可能性がある筈である。しかし，ある科目で適切な判断をする力がないと思い込んでしまっている人は，その改善のための意欲そのものを，少なくともその科目に関しては持てないであろう。データとして能力を客観的に示すことで，能力向上のための最初の一歩を踏み出すことができ，改善のための背中を押すことになる。この点を実証するために，ここで構成した特性ベクトルを用いて，日本語と数学の特性ベクトルの長さが平均以下，平均以上で分け，４つの組み合わせで４分割した各々の割合を調べてみた。これが表１から表３である。

表１．日本語と数学の思考

全体		日本語分類		合計
		平均以下	平均以上	
数学分類	平均以下	27.1%	15.3%	42.4%
	平均以上	23.4%	34.2%	57.6%
合計		50.5%	49.5%	100.0%

数的思考 (文系)		日本語分類		合計
		平均以下	平均以上	
数学分類	平均以下	30.8%	21.8%	52.6%
	平均以上	17.5%	29.9%	47.4%
合計		48.3%	51.7%	100.0%

理系 (理系 1&2)		日本語分類		合計
		平均以下	平均以上	
数学分類	平均以下	27.3%	20.1%	48.2%
	平均以上	22.6%	30.0%	52.5%
合計		49.9%	50.1%	100.0%

表２．日本語と数学の判断

全体		日本語分類		合計
		平均以下	平均以上	
数学分類	平均以下	28.1%	20.0%	48.2%
	平均以上	18.7%	33.1%	51.8%
合計		46.8%	53.2%	100.0%

数的思考 (文系)		日本語分類		合計
		平均以下	平均以上	
数学分類	平均以下	23.9%	17.8%	41.7%
	平均以上	22.2%	36.1%	58.3%
合計		46.1%	53.9%	100.0%

理系 (理系 1&2)		日本語分類		合計
		平均以下	平均以上	
数学分類	平均以下	23.9%	24.5%	48.4%
	平均以上	19.9%	31.7%	51.6%
合計		43.8%	56.2%	100.0%

表３．日本語と数学の表現

全体		日本語分類		合計
		平均以下	平均以上	
数学分類	平均以下	26.1%	15.8%	42.0%
	平均以上	25.5%	32.5%	58.0%
合計		51.7%	48.3%	100.0%

数的思考 (文系)		日本語分類		合計
		平均以下	平均以上	
数学分類	平均以下	32.0%	22.4%	54.5%
	平均以上	18.3%	27.3%	45.5%
合計		50.3%	49.7%	100.0%

理系 (理系 1&2)		日本語分類		合計
		平均以下	平均以上	
数学分類	平均以下	24.8%	23.5%	48.3%
	平均以上	23.2%	28.5%	51.7%
合計		48.0%	52.0%	100.0%

これらに共通するのは，思考・判断・表現の全てについて，日本語・数学の両者における平均以上の割合はほぼ同じである，ということである。これは，非常に重要なことを意味していると思われる。すなわち，それぞれの特性を発揮できていれば，教科・科目如何に係わらず，教科・科目を超えた本来の能力から正解を導ける，ということを示していることである。これは，理系・文系を問わず，一方が平均以上の場合は，潜在能力としては，共に平均以上の方に移行する可能性があるということである。日本語と数学の思考での表で見ると，理系の学生の方が，数学が平均以上日本語が平均以下の割合が高くなっている。これは，理系の学生が文系の学生より理工系の科目で思考を問われることが多いことによる練習量の差であって，力の差を示すもので無いということを認識できる点で重要である。同時に，この結果は，先の本研究の仮説の正しさを表していると言える。思考・判断・表現・計算力（または理解）の特性は，本報告では研究の一事例として挙げているが，学力の３要素としてそれ自身大切な特性で，さらに個別に研究を行うべき重要なテーマである。この研究に，特性ベクトルを用いた新しい発想の研究手法を適用した方法が開拓され，使われることを期待するものである。そのためにも，特性ベクトルのなす特性群団の有効な抽出手法の数学理論を完成することが望まれる。

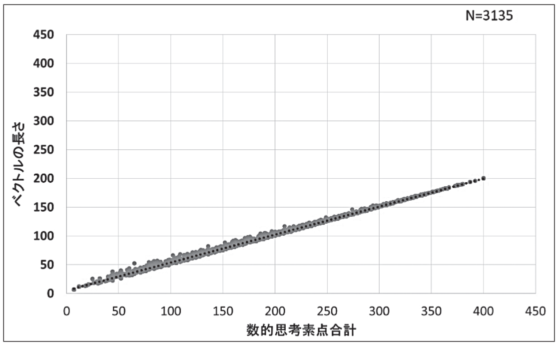

図６．素点とベクトルの長さ（数的思考）

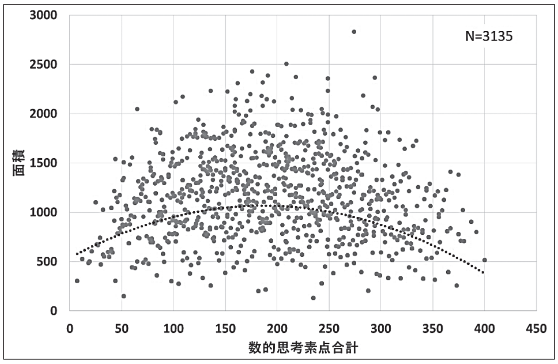

図７．素点と面積（数的思考）

３．ベクトルの素点と長さ・面積・偏角の関係

前章の状況を踏まえて，数学的な考察の一部を紹介する。特性ベクトルの成分の和を素点と呼び，この素点とベクトルの長さ，基準ベクトルとのなす角度，基準ベクトルと特性ベクトルのなす平行四辺形の面積の関係について調べてみる。これらの関係を各データでとり２次元平面に表したものが図６から図８である。これらのなす図形については，数学的な関係式を算出できる。

（思考，理解，判断，計算力）からなる特性ベクトルを $\mathrm{x}=(x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4)$ とし，その素点を $x=x_1+x_2+x_3+x_4$ とする。この値と特性ベクトルの長さ・面積・偏角には数学的な関係式があり，これを証明する。

3.1　長さと素点の関係

x の長さを，$y=|\mathrm{x}|=\sqrt{x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2}$ としたとき，$\underline{\frac{1}{2}x \leq y \leq x}$ である。

【代数的証明】

まず，正の数 $a,\ b$ に対し次の不等式を示す。

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{a+b} \leq \sqrt{a}+\sqrt{b}.$$

実際，$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab} \leq 2(a+b)$ より $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{a+b}$ である。

また，$a+b \leq a+b+2\sqrt{ab}=(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$ より，$\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a}+\sqrt{b}$ である。

そこで，

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{(x_1^2+x_2^2)+(x_3^2+x_4^2)} \\ &\geq \frac{\sqrt{x_1^2+x_2^2}+\sqrt{x_3^2+x_4^2}}{\sqrt{2}} \\ &\geq \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{x_1+x_2}{\sqrt{2}}+\frac{x_3+x_4}{\sqrt{2}}\right)=\frac{x}{2} \end{aligned}$$

である。また，次の式より他方の不等式をうる。

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{(x_1^2+x_2^2)+(x_3^2+x_4^2)} \\ &\leq \sqrt{x_1^2+x_2^2}+\sqrt{x_3^2+x_4^2} \\ &\leq (x_1+x_2)+(x_3+x_4)=x. \end{aligned}$$

［注意］不等式 $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a}+\sqrt{b}$ は，底辺と高さが各々 $\sqrt{a},\sqrt{b}$ の長さをもつ直角三角形の斜辺の長さが $\sqrt{a+b}$ であることから，図形的にもわかる。

【解析的証明】

代数的証明以外に，解析的にもこの結果を示すことができる。次にこれを述べていく。

$$y^2=(x_1+x_2+x_3+x_4)^2-2\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=i+1}^{4}x_ix_j \text{ より，}$$

$$y=x\sqrt{1-\frac{2\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=i+1}^{4}x_ix_j}{x^2}}$$

である。そこで，$t=\frac{2\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=i+1}^{4}x_ix_j}{x^2}$ とおく。$0<\frac{2\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=i+1}^{4}x_ix_j}{x^2}\leq 1$ より t の取りうる範囲は，

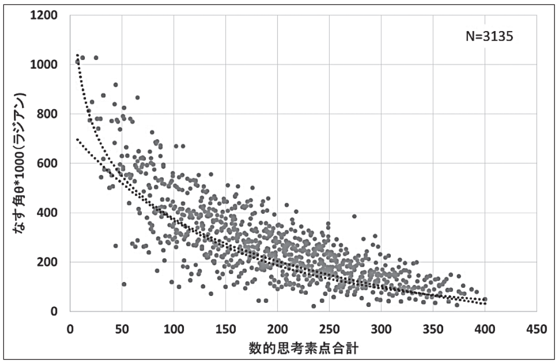

図８．素点と角 θ（ラジアン）（数的思考）

$0 \leq t \leq 1$ である。

$f(t)=\sqrt{1-t}$ とすると，

$$f'(t)=-\frac{1}{2}(1-t)^{-\frac{1}{2}},\ f''(t)=-\frac{1}{4}(1-t)^{-\frac{3}{2}}$$

から，$f(t)$ のテーラー展開は，

$$f(t)=1-\frac{1}{2}t-\frac{1}{8}t^2-\cdots$$

となる。定数項以外の係数は負より，一次近似が最も良い下限を与えるので，$f(t) \fallingdotseq 1-\frac{1}{2}t$ と一次近似で調べる。$0 \leq t \leq 1$ より，$\frac{1}{2} \leq f(\mathrm{t}) \leq 1$ であるので，$\frac{1}{2}x \leq y=f(t)x \leq x$ から，代数的な方法と同一の結論をうる。

3.2　素点と面積の関係

$\mathrm{a}=(a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4)$ を任意の定ベクトルとする。a と x のなす平行四辺形の面積を y とする。また，a と x のなす角を θ とする。このとき，

$$y=|\mathrm{a}|\cdot|\mathrm{x}|\sin\theta=|\mathrm{a}|\cdot|\mathrm{x}|\sqrt{1-\cos^2\theta}$$

と $\cos\theta=\frac{\mathrm{a}\cdot\mathrm{x}}{|\mathrm{a}|\cdot|\mathrm{x}|}$ から，$y=\sqrt{|\mathrm{a}|^2\cdot|\mathrm{x}|^2-(\mathrm{a}\cdot\mathrm{x})^2}$ となり $y^2+(\mathrm{a}\cdot\mathrm{x})^2=|\mathrm{a}|^2\cdot|\mathrm{x}|^2$ をうる。さらに，ラグランジュの恒等式を用いてこの式を成分で表すと

$$y^2=\sum_{1\leq i<j\leq 4}(a_ix_j-a_jx_i)^2$$

となる。

特に，$\mathrm{a}=(1,\ 1,\ 1,\ 1)$ と取ると，$\mathrm{a}\cdot\mathrm{x}=x$ から，$y^2+x^2=|2\mathrm{x}|^2$ より，次の命題が成立する。

<u>長さが同じ点（$x,\ y$）は同一円周上にある。</u>

前の節から，$|2\mathrm{x}|$ の取りうる範囲は，$x \leq |2\mathrm{x}| \leq 2x$ である。これから，$0 \leq y^2 \leq 3x^2$ となる。$\mathrm{y} \geq 0$ より，これは $\underline{0 \leq y \leq \sqrt{3}x}$ を意味する。

3.3　素点と角度の関係

$\cos\theta = \frac{1}{|\mathrm{a}|}\frac{\mathrm{a}\cdot\mathrm{x}}{|\mathrm{x}|}$かつ前の節の不等式 $\frac{1}{2}x \leq |\mathrm{x}| \leq x$ より，

$$\frac{\mathrm{a}\cdot\mathrm{x}}{|\mathrm{a}|}\cdot\frac{1}{x} \leq \cos\theta \leq \frac{\mathrm{a}\cdot\mathrm{x}}{|\mathrm{a}|}\cdot\frac{2}{x}$$

となる。

特に，$|\mathrm{a}| = 1$ と正規化すると，

$$\frac{\mathrm{a}\cdot\mathrm{x}}{x} \leq \cos\theta \leq \frac{2(\mathrm{a}\cdot\mathrm{x})}{x}$$

となる。

さらに，$\mathrm{a} = \frac{1}{2}(1,\ 1,\ 1,\ 1)$ とすると，$\mathrm{a}\cdot\mathrm{x} = \frac{1}{2}x$ より，上記の不等式から，$\frac{1}{2} \leq \cos\theta \leq 1$ となり，$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ がわかる。

次に，a・x の最小値，最大値を各々 α，β とすると，$\frac{\alpha}{|\mathrm{a}|}\cdot\frac{1}{x} \leq \cos\theta \leq \frac{\beta}{|\mathrm{a}|}\cdot\frac{2}{x}$ から，次の式をうる。

$$\cos^{-1}\left(\frac{2\beta}{|\mathrm{a}|}\frac{1}{x}\right) \leq \theta \leq \cos^{-1}\left(\frac{\alpha}{|\mathrm{a}|x}\right).$$

テーラ展開 $\cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{2} - x - \frac{x^3}{6}$ を用いて，

$$\cos^{-1}\left(\frac{\alpha}{|\mathrm{a}|}\frac{1}{x}\right) \fallingdotseq \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{|\mathrm{a}|x} - \frac{\alpha^3}{6|\mathrm{a}|^3x^3}$$

および

$$\cos^{-1}\left(\frac{2\beta}{|\mathrm{a}x|}\right) \fallingdotseq \frac{\pi}{2} - \left(\frac{2\beta}{|\mathrm{a}x|}\right) - \frac{8\beta^3}{6|\mathrm{a}|^3x^3}$$

より，面積の範囲は次のようになる。

$$\frac{\pi}{2} - \frac{2\beta}{|\mathrm{a}|x} - \frac{4\beta^3}{3|\mathrm{a}|^3x^3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{|\mathrm{a}|x} - \frac{\alpha^3}{6|\mathrm{a}|^3x^3}.$$

3.4　考察

特性ベクトルの素点と長さの関係を調べた理由は，単純な成分の和である素点がベクトルの長さとどう関係しているかを調べるためである。理論的には，傾きが $\frac{1}{2}$ から１の直線の間に入る筈であるが，実際は殆ど $y = \frac{1}{2}x$ の周辺にある。これは興味ある結果である。特性ベクトルを考えることは，教科・科目での得点を成分として作った教科・科目の特性ベクトルとは明らかに違う性質を示唆しているからである。各問に対して複数の特性が含まれており，各問に対して複数のラベルを与えているため，このような現象が起きていると思われる。上記のように理由を推測できるが，正確になぜこのような現象が起きるのかは，より深い考察が必要であると思われる。

いずれにしても，特性ベクトルでは，素点と長さは $\frac{1}{2}$ 倍を無視して同一視して良いという，通常では起こらない特徴を有している。このことは，特性ベクトルの長さと偏角を，特性ベクトルの素点と長さの偏角と換算でき，同様に，特性ベクトルの長さと，特性ベクトルおよび基準ベクトルのなす平行四辺形の面積は素点と，特性ベクトルおよび基準ベクトルのなす平行四辺形の面積の関係とみなすことができる。素点は簡単に求まるので，この数値から偏角と面積がある程度推測できるのは，大まかな推計をするのに役立つであろう。

基準ベクトルを $\frac{1}{\sqrt{2}}(1,\ 1,\ 1,\ 1)$ と取ることは興味ある結果をもたらしている。長さが同じ，したがって素点がほぼ同じなら，素点と面積の組からなる点は同一円周上にあるとみなすことができる。これが意味することは何であろうか。さらに，この事実の意味することを，未知の特性を捉えるために，人間の持つ能力の相関を理解する立場から考察と解析を行う必要と価値があるであろう。

4．まとめ

以上の考察から，特性ベクトルを考える数学的手法は，学生への学習指導で有益であることがわかるであろう。さらに，文献２）で考察されたように，レーダーチャートのような並べ方で視覚的に異なる印象を与える事象に対しても，同一の特性を表しているか否かを確認する手法として用いることができることを立証し，有用性を検証した。数学的手法の重要性がこれによってもわかるであろう。

しかし，特性群団を求める数学的な理論構築は未完成であり，より有効な学習特性を見いだすためにもこの理論構築が多くの研究者に関心を持って研究され，理論が完成されることが望まれる。

謝辞

本研究の基礎となるデータは，文科省共同教育推進事業８大学連携によるもので，これを研究用に利用できる形で電子ファイルとして作成して頂いた，千歳科学技術大学・山川広人先生に深く感謝申し上げます。

なお，本研究は，日本学術振興会科学研究費基盤研究（C）課題番号16K01106「教科・科目を横断した学生の共通学習特性の研究 - ビッグデータ解析

による実証的検証」の補助を受けたものである。

参考文献

1）８大学連携データベース（千歳科学技術大学およびｅラーニング協議会）

2）佐藤眞久，加藤竜哉，湯川治敏，科目を越えた学習特性把握のための数学的理論について，地域政策学ジャーナル2019，第８巻第１号２号合併号（通巻第14号），25-33，2019年

3）文部科学省学習指導要領および同解説（平成30年度），文部科学省，
http:www.mext.go.jpa menushotounew-cs1384661.htm