〔論　説〕

コンパクトシティ都市圏の構想に向けて
――幾何学から見た都市圏の定義――

神　頭　広　好

Ⅰ　はじめに

都市圏の定義については、わが国では国勢調査にもとづいて、中心都市への通勤・通学人口の割合が1.5％以上の市町村で、かつ連接している場合、それを都市圏としている。ちなみに、中心市が東京特別区および政令指定都市が中心都市である場合を大都市圏、それ以外で、50万人以上の場合を都市圏と呼ばれている。また、金本・徳岡（2002）は中心都市への通勤率が10％以上で、中心都市におけるDID人口が5万人以上の都市圏を大都市雇用圏（Metropolitan Employment Area：MEA）と定義している。

一方、アメリカ合衆国では、大都市圏地域における定義名および定義内容が戦後から現在にかけて変わってきている。1949年では標準大都市圏（Standard Metropolitan Area：SMA）、1959年には標準大都市圏統計地域（Standard Metropolitan Statistical Area：SMSA）、1983年には大都市圏統計地域（Metropolitan Statistical Area：MSA）、1990年にはMSAを統合する形で大都市圏地域（Metropolitan Area：MA）と呼ばれている。2000年以降は、Core Based Statistical Area（CBSA）が導入され、これは少なくとも1つの都市化地域[1] または1つの都市クラスター[2] を含んでおり、Metropolitan Area（大都市

圏）または Micropolitan Area（小都市圏）のどちらかに含まれる形でデザインされている。ちなみに、大都市圏は少なくとも 50000 人を有する１つまたは１つ以上の都市化地域を含み、小都市圏は 10000 人から 50000 人の間の少なくとも１つの都市クラスターを含む。また、都市人口は都市化地域の人口と都市クラスターの人口との合計を示しており、国勢調査局によると 2000 年には合衆国の人口の約 79％が都市人口である。

ここでは、近接している円の大きさとしての人口規模に対して、これらの円の各中心部にまで影響している中央都市の都心部の大きさである見えざる都心部機能の割合を都市圏として定義する[3]。まず、図２から図５に見られるような中央都市としての都心部を除く３つ以上の同規模の円形都市で構成される都市システムが対象性を有する場合と図６および図７に見られるような非対象性を有する場合のそれぞれのケースにおいて、都市圏の定義値を導びく。ついで、ここでの円形都市はコンパクトシティ[4] であり、これにもとづいてわが国における都市圏の構造について考察する。

Ⅱ　幾何学からの都市圏の定義

1　対象性（等円形）都市システムにおけるベーシック都市圏の定義

⑴　人口規模からみた都市圏

図２では同質平野上の中心に都市機能を有する等規模の３つの単一中心都市 A、B、C が存在し、これらの都市が形成された後に円 G が都市圏の中心的都市機能の役割を有する中央都市（以下では都心部[5]）として成立すると、Soddy の定理から円 G や円 A、B、C をはじめこの都市システムを支えている見えざる円 J が導かれる。以後この円は「見えざる都心部機能または見えざる中心業務機能」と呼ばれる。したがって、この円こそ実際に都市圏を支える人口（厳密には昼間人口）または企業の大きさを示している。見方を変えると、いつの時点か分からないが、あるいはベーシックなものであるのか、円 G においては自

治体のみならず公共サービスや商業が集積しており、そこからそれらの機能が効率よく、かつ公平に行き届き、各都市間の境界地 x、y、z[6] にまで及んでいるのである。いずれにしても三角形 ABC の内接円 J と同等の見えざる都心部機能[7] が存在していることになる。さらに、その機能は長期においては各都市の都市的機能が集中している中心部（A、B、C）にまで均等に及ぶ可能性があり、その範囲は三角形 ABC の外接円 K となる。ところで、図２には、理解しやすいように互いに接しあう３つの等円が描かれているが、実際は都市としての円の大きさが異なることが多いため三角形の内心と外心の位置が一致していないことに注意を要する。この場合は、難しい定理などは使わなくても三角関数の定理だけで導かれる。ここで、中央都市または都心部にあたる円 G の半径およびその面積は、

$$r_1=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}-1\right)r=0.155r \quad \text{および} \quad r_1{}^2\pi=0.024r^2\pi$$

で表わされる。ただし、r_1 は円 G の半径を示す。

　また、短期の見えざる都心部機能は、

$$r_2=\frac{r}{\sqrt{3}} \quad \text{から} \quad r_2{}^2\pi=\frac{r^2}{3}\pi=0.333r^2\pi$$

で表わされる。ただし、r_2 は円 J の半径を示す。

　ちなみに、もし見えざる都心部機能を支えている企業[8] が G に集中しているとすると、（円 J の面積）／（円 G の面積）が 13.88 である[9]。したがって、この値は企業数と人口が比例しているとすると、G における企業密度か建物の平均的高さを示しおり、１企業１フロアーとすると約 14 階の建物が存在することになる。これは都市面積と人口が比例的なケースにおいて基本的な建物の高さを示しているように見える。

　また、長期の見えざる都心部機能である円 K の面積は、

$$r_3=\frac{2}{\sqrt{3}}r=1.155r \quad \text{から} \quad {r_3}^2\pi=\frac{4}{3}r^2\pi=1.333r^2\pi$$

である。ただし、r_3 は円Kの半径を示す。

したがって、ここでの都市圏は、都市圏を構成する人口またはそれに比例する企業に対して、都心部および各都市の中心部までの広範囲に影響している円の大きさの割合と定義すると、その定義は、円Kの面積 /（円Aの面積＋円Bの面積＋円Cの面積）で表現される。

ここでは、

$$\frac{{r_3}^2\pi}{3r^2\pi}=\frac{1.333r^2\pi}{3r^2\pi}=0.444$$

であることから、全体の約44％の人口または企業が実際に都心部にいることが都市圏の定義となる[10]。

さらに、この定義にしたがって、計算された表1から4つの等円のケース（図3）では0.5、5つの等円のケース（図4）では0.579、6つの等円のケース（図5）では0.667である。

ちなみに、3つの円A、B、Cに外接している円を都市圏とすると、

$$\frac{1.333r^2\pi}{(2.155r)^2\pi}=0.287$$

であることから、全体の約29％の人口または企業が実際に都心部にいることが都市圏の定義となる。

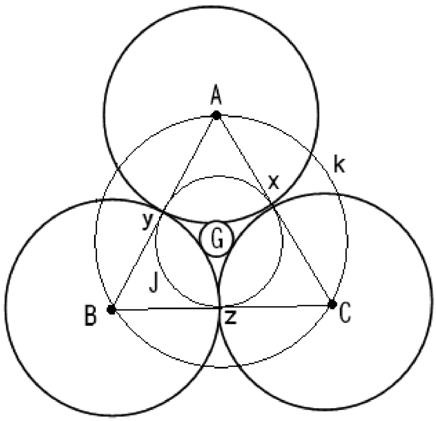

図２　３つの等円都市からなる都市圏

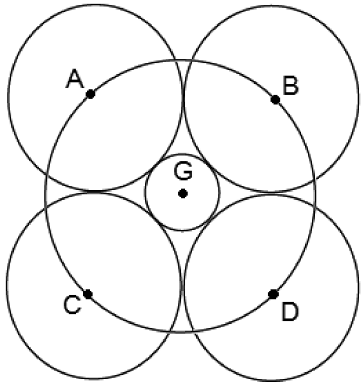

図３　４つの等円都市からなる都市圏

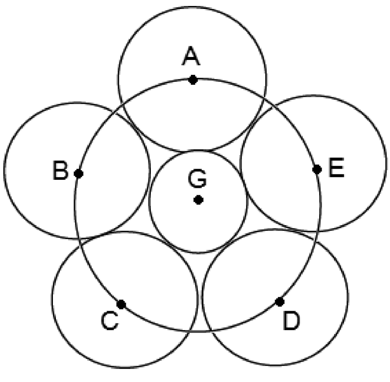

図４　５つの等円都市からなる都市圏

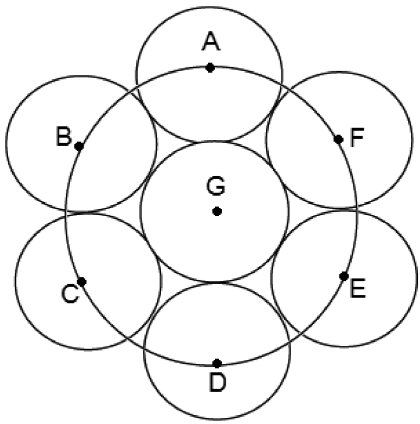

図５　６つの等円都市からなる都市圏

表１　等円都市数別都市圏定義数値

等円都市数	θ	cos θ	1/cos θ	(1/cos θ)^2	都市圏定義数値
3	30°	0.866	1.155	1.334	0.445
4	45°	0.707	1.414	1.999	0.5
5	54°	0.588	1.701	2.893	0.579
6	60°	0.5	2	4	0.667
8	67.5°	0.383	2.611	6.817	0.852
9	70°	0.324	2.924	8.549	0.95
10	72°	0.309	3.236	10.472	1.047
12	75°	0.259	3.861	14.907	1.242
16	78.75°	0.195	5.128	26.296	1.644
18	80°	0.174	5.747	33.028	1.835

注）等円都市から成る都市圏の定義値が、１以上になることは現実にはありえないため、上表では９つの等円都市数までが適当と考えられる。

２　非対象性（非等規模）都市システムから成る都市圏の定義

⑴　人口規模からみた都市圏

図６から、同質平野上の中心に都市機能を有する３つの接し合う単一中心都市 A、B、C が存在し、これらの都市が形成された後に、円 u が都市圏の中心的都市機能の役割を有する中央都市（以下では都心部[11]）として成立すると、Soddy の定理から円 u や円 A、B、C をはじめ、この都市システムを支えている地理空間において見えない円 J が導かれる。この円こそこの系を支えている「見えざる都心部機能または見えざる中心業務機能」[12] と考えられる。したがって、この円は実際に都市圏を支える人口（厳密には昼間人口）、または企業の大きさを示していると言える。上記１同様に見方を変えると、いつの時点か分からないが、あるいはベーシックなものであるのか、円 u においては自治体のみならず公共サービスや商業が集積しており、そこからそれらの機能が各都市の規模に応じて、効率よく行き届き、各都市間の境界地 x、y、z[13] にまで及んでいるのである。いずれにしても三角形 ABC の内接円 j と同等の見えざる都

心部機能[14] が存在していることになる。さらに、その機能は長期においては各都市の都市的機能が集中している中心部にまで及ぶ可能性があり、その範囲は三角形 ABC の外接円 k となる。ただし、都心部機能のうち商業機能の中心は都市の規模に比例する市場の規模と交通費の節約を考慮して、まず円 j の中心 v に移動し、それから円 k の中心 w に移っていく可能性がある。これが２核心を有する都市圏のはじまりであるのかも知れない。ちなみに、v から w への移動距離はチャップル-オイラーの定理（付録⑸を参照）によって導かれる。

ここで重要なことは、都市圏の中央において創出する都市の大きさと見えざる円の大きさが Soddy の定理[15] およびランク・サイズモデルによって導かれるということである。ちなみに、都市 C の半径 r_1 を 100 とすると、都市 B の半径：r_2＝11.5、都市 A の半径：r_3＝3.2、都市 u の半径：r_4＝1.3、短期の見えざる都心部機能の半径：r＝5.7、長期の見えざる都心部機能の半径：R＝65.09 である。したがって、現実が短期の状態であり、支えている企業[16] が u に集中しているとすると、（円 j の面積）/（円 u の面積）が 19.22 である[17]。したがって、この値は企業数と人口が比例しているとすると、u における企業密度か建物の平均的高さを示しおり、1 企業 1 フロアーとすると、約 19 階の建物が存在することになる[18]。この建物の高さは、わが国の首都圏都心部における建物の平均的高さからすると、比較的近い値ではないかと考えられる。また、各都市の中心部にまで見えざる都心部機能が達成している長期の状態において、はじめて都市圏が成立するものと考えると、都市圏の定義は（円 k の面積）/（円 A の面積＋円 B の面積＋円 C の面積＋円 u の面積）で表わされる。これを計算すると、0.417 であり、面積と人口が比例しているとすると、都市圏人口における見えざる都心部機能に関わる人口の割合が約 42% であることが都市圏成立の条件と言えよう。

なお、図 7 から 3 つの円 A、B、C に外接する円を都市圏とする場合、その都市圏の半径は、付録⑷によって求められる。

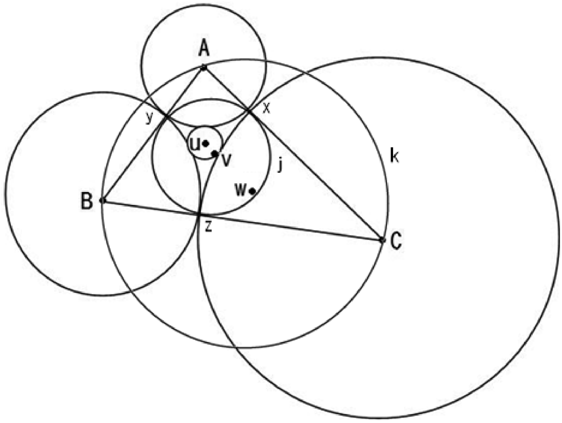

図６　中心都市に外接する３つの異なる円形都市からなる都市圏

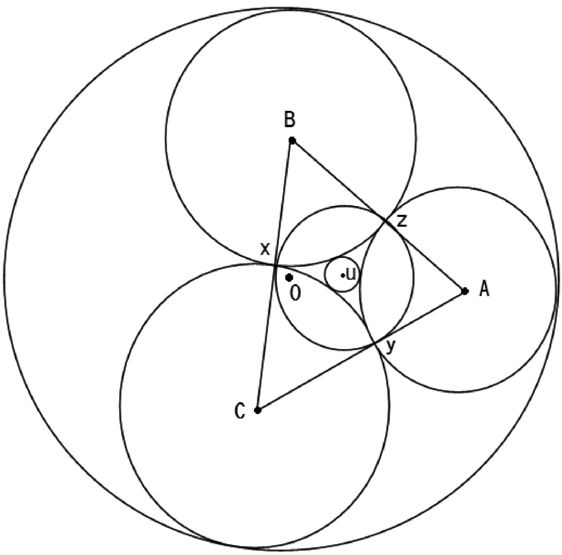

図７　中心都市に外接する３つの異なる円形都市からなる円形都市圏

Ⅲ　幾何的都市圏のわが国への応用

ここでは、円の大きさ、人口および都市の生産力がそれぞれ比例的であるために、中央都市都心部の大きさが周辺の都市の中心に及んでいる段階において都市圏が成立しているという観点から、「民力」にもとづいて、等円都市人口の合計をエリア人口として、見えざる都心部機能人口を中心市昼間人口として、都市圏の定義については、中心市昼間人口÷エリア人口で計算される。表２にはこれで計算された都市圏定義値が掲げられている。

都市圏のコンパクト化を図った場合の予想される都市圏の形状は、表１、Ⅱの２および表２の関係から、都市圏定義数値が0.42である弘前市都市圏および金沢市都市圏は３不等円都市圏に、またその定義数値が0.5である福井市都市圏は４等円都市圏に、それぞれ適合する。

表２　わが国における主要中心都市を有する都市圏定義数値

都市圏	エリア人口	中心市昼間人口	都市圏定義数値
甲　府	843477	231218	0.27
岐　阜	1363047	433077	0.32
徳　島	813336	296763	0.36
松　江	558911	205457	0.37
宇都宮	1318997	529965	0.4
八　戸	651346	257584	0.4
水　戸	750615	301951	0.4
金　沢	1174026	493849	0.42
弘　前	472856	200565	0.42
佐　賀	528896	230697	0.44
和歌山	858214	390753	0.46
熊　本	1451493	698089	0.48
郡　山	749118	359136	0.48
豊　橋	766769	364999	0.48
長　崎	967572	467889	0.48

松　本	526141	250457	0.48
山　形	577160	276846	0.48
仙　台	2263562	1098981	0.49
福　井	672358	338569	0.5
大　分	935731	473094	0.51
四日市	605360	313406	0.52
広　島	2209719	1174401	0.53
秋　田	647617	349635	0.54
姫　路	1008639	546303	0.54
神　戸	2792156	1547971	0.55
鳥　取	378113	209338	0.55
新　潟	1470455	826581	0.56
日　立	377047	211905	0.56
高　山	163627	98515	0.6
名古屋	4221031	2516196	0.6
浜　松	1339820	806370	0.6
長　野	647706	396153	0.61
函　館	496431	303878	0.61
福　岡	2596039	1571184	0.61
静　岡	1198757	741583	0.62
宮　崎	607173	376788	0.62
福　島	470961	302423	0.64
札　幌	2884522	1880863	0.65
松　山	653642	525208	0.8
平均値	1102883	579452	0.51

注）ここでのデータは、『CD 民力 2007』朝日新聞社における 2005 年の国勢調査にもとづいている。また、前橋・高崎エリアのように中心的都市が２つ存在するエリアや東京都市圏および大阪都市圏における地域エリアについては省略した。

Ⅳ　等楕円から成る都市圏の定義

1．３つの等楕円都市から成る都市圏定義

図９のケースにおける都市システムの定義式から、

$$r=\sqrt{b^2+\frac{a^2}{3}}$$

で表わされる。ただし、r は３つの等楕円に外接する円の半径を示す。

また、楕円の長径をａ、短径をｂとすると（以下同様）、楕円の面積は $ab\pi$ であることから、都市圏の定義値は、

$$\frac{\left(b^2+\frac{a^2}{3}\right)\pi}{3ab\pi}=\frac{\left(b^2+\frac{a^2}{3}\right)}{3ab}$$

で示される。なお、図８ではａおよびｂの大きさに対しての都市圏の大きさがシュミレーションされている。

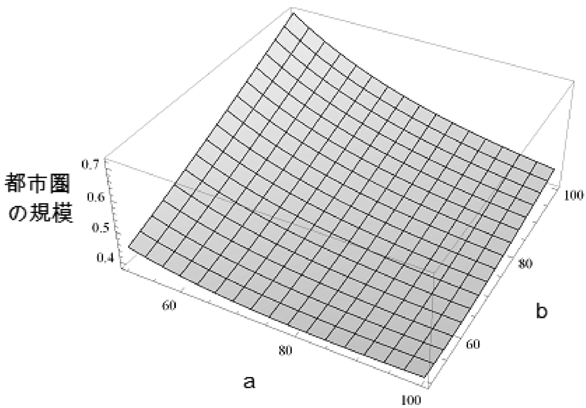

図８

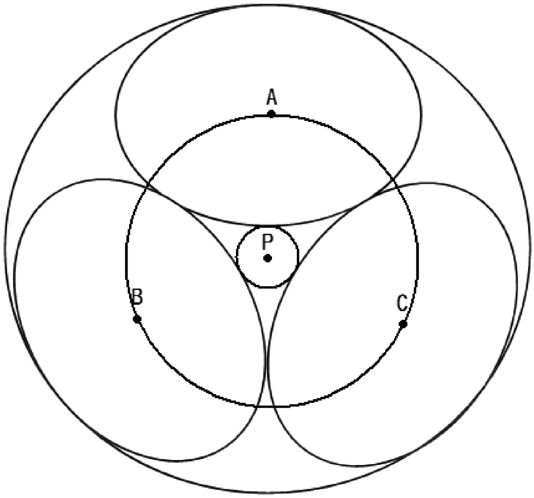

図９　３つの等楕円都市からなる円形都市圏

２．４つの等楕円都市から成る都市圏定義

図 10 における都市システムの定義式から、4 等楕円に外接している円（都市圏）の半径 R は、

$$R=a+\sqrt{a^2+b^2}$$

で表わされる。

また、各楕円の中心を結ぶ円（長期的都心部機能）の半径 r は、

$$r=\sqrt{a^2+b^2}$$

で表わされる。したがって、都市圏の定義値は、

$$\frac{r^2\pi}{4ab\pi}=\frac{r^2}{4ab}=\frac{a^2+b^2}{4ab}$$

である。なお、図 11 では a および b の大きさに対しての都市圏の大きさがシュミレーションされている。

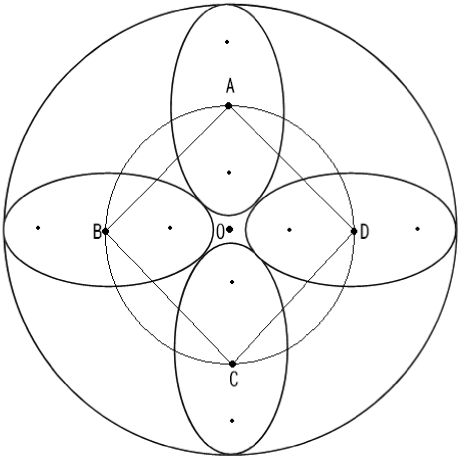

図 10

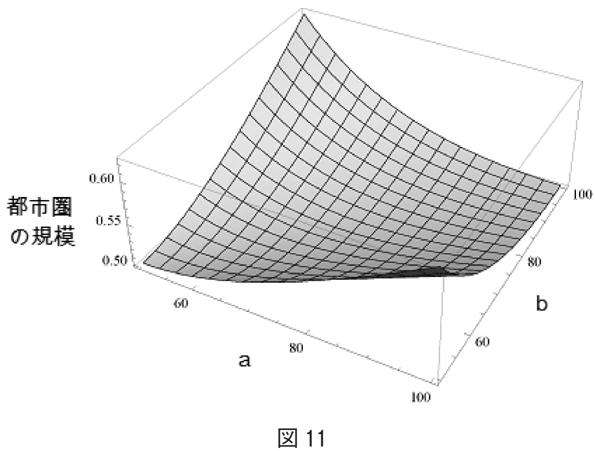

図 11

Ⅴ　まとめにかえて

ここで重要なことは、命題として、「対象性を有する都市システムにおいて、副都心は存在しない」ことが言える。これは、都心部を中心に境界地を通過する円と各周辺都市の中心を通過する円は、同じ中心を有するからである。この場合都市は最もコンパクトになる。

ここでは、まず円形のコンパクトシティの考え方にもとづいた都市圏の定義を試みた。そこでは、等円規模の都市に外接する中心機能がそれらの都市の中心を含む円となった時に、それらの系が都市圏として定義される。またこれらを計算すると、９の等円都市から成る系までが都市圏定義値として当てはまることが分かった。さらに、最近のわが国の主要都市に応用すると、コンパクトシティの計画的観点から、非３等円都市系の都市圏定義値にもとづくと、弘前市都市圏および金沢市都市圏が、３等円都市系のそれについては和歌山市都市圏および佐賀市都市圏などが、４等円都市系のそれについては仙台市都市圏および大分市都市圏などがそれぞれ近い値を示している。

付録　⑴　Soddy の定理と都心部 u の半径の導出

この定理は、図６の互いに外接する半径 r_1、r_2、r_3、r_4 の円 C、B、A、u において、つぎの式が成立することを示す。

$$\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\frac{1}{r_4}\right)^2=2\left(\frac{1}{{r_1}^2}+\frac{1}{{r_2}^2}+\frac{1}{{r_3}^2}+\frac{1}{{r_4}^2}\right) \qquad (6)$$

ただし、これは必要十分条件でないことに注意を要する。

ここで、都市の大きさとみなされる円の大きさ（半径）に対してランク・サイズの法則（⑵式）が成立しているとすると、⑹は

$$\left(\frac{1}{r_1}+\frac{2^{\alpha}}{r_1}+\frac{3^{\alpha}}{r_1}+\frac{4^{\alpha}}{r_1}\right)^2=2\left(\frac{1}{{r_1}^2}+\frac{4^{\alpha}}{{r_1}^2}+\frac{9^{\alpha}}{{r_1}^2}+\frac{16^{\alpha}}{{r_1}^2}\right) \tag{7}$$

で表され、これを整理すると

$$(1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+4^{\alpha})^2=2(1+4^{\alpha}+9^{\alpha}+16^{\alpha}) \tag{8}$$

が導かれる[19]。これを Maple で解くと、$\alpha=3.119$ が計算される[20]。ただし、この場合は r_1 は r_2 より大きい値であれば、どの値でも良いことになる。したがって、このことは(2)から基準となる第1ランクの最も大きな都市の大きさが都市のシステムの規模を決めていくことを示唆している。ここで都市 C の半径を $r_1=100$ とすると、

都市 B の半径：$r_2=\frac{100}{2^{3.119}}=11.5$、都市 A の半径：$r_3=\frac{100}{3^{3.119}}=3.2$

都市 u の半径：$r_4=\frac{100}{4^{3.119}}=1.3$

がそれぞれ推計される。ただし、これらの推計値は小数第2位で四捨五入されている

付録(2)　Soddy の定理２と短期的見えざる都心部機能

Soddy の２番目の定理は、図６の互いに外接する半径 r_1、r_2、r_3、r_4 の円 C、B、A、u において、つぎの式が成立することを示す。

$$\frac{1}{r_4}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\frac{2}{r} \tag{9}$$

ただし、r は△ABC の内接円 v の半径である。
ここで、この空間においてランク・サイズの法則が成り立っているとすると、(9) は

$$\frac{4^{\alpha}}{r_1}=\frac{1}{r_1}\left(1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\frac{2}{a}\right) \tag{10}$$

で表され、これより

$$4^{\alpha}=1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\frac{2}{a} \tag{11}$$

が導かれる。ただし、$r=ar_1$ である。

上記の Soddy の定理とランク・サイズモデルから $\alpha=3.119$ であり、これを(11)へ代入することによって、a が求められる。

$$a=\frac{2}{4^{\alpha}-1-2^{\alpha}-3^{\alpha}}=\frac{2}{35.02}=0.057$$

ここで、$r_1=100$ とすると、$r=5.7$ となる。

付録(3)　長期的見えざる都心部機能

図 6 における円 CBA の中心を結ぶ三角形の外接円の半径 R は、深川・ダン（1991、p. 9）から

$$R=\frac{(r_1+r_2)(r_2+r_3)(r_3+r_1)}{4\sqrt{r_1r_2r_3(r_1+r_2+r_3)}}$$

で表わされる。ちなみに、これはヘロンの公式からも導くことができる。この式に Soddy の定理から求められた値を代入することによって、R＝64.8419 が求められる。これは、長期的中心地機能の大きさの半径を示すことになる。

付録(4)　Stewartの定理

図７において、３つの円に外接する円の半径は、Stewartの定理[21] から、

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_5}\right)=\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\frac{1}{r_4} \tag{1}$$

が導かれる[22]。ただし、r_1：円uの半径、r_2：円Aの半径、r_3：円Bの半径、r_4：円Cの半径、r_5：Oの半径をそれぞれ示す。

付録(5)　チャップル-オイラーの定理（安藤［2006、pp. 78-79］）

この定理を用いると、図12から三角形に内接する円と外接する円の中心地間の距離 d は、

$$R^2-2Rr=d^2$$

で表される。ただし、三角形ABCに外接している円Oの半径は R であり、三角形ABCに内接している円Pの半径は r である。

この図は、ポンスレー[23] の不定命題（「円に内接し、かつ外接する円は無数に存在する」の例としてよく用いられている。（Wells［1991、pp. 183-184］）

また、この定理式がランクで示されるとすると、

$$R_n{}^2+2R_nR_{n+1}=d_n{}^2$$

で表される。ただし、R を R_n、r を R_{n+1} としている。さらに、この式がランク・サイズモデルに従っているものとすると、

$$\frac{R_1{}^2}{n^{2\alpha}}+\frac{2R_1{}^2}{n^{\alpha}(n+1)^{\alpha}}=d_n{}^2$$

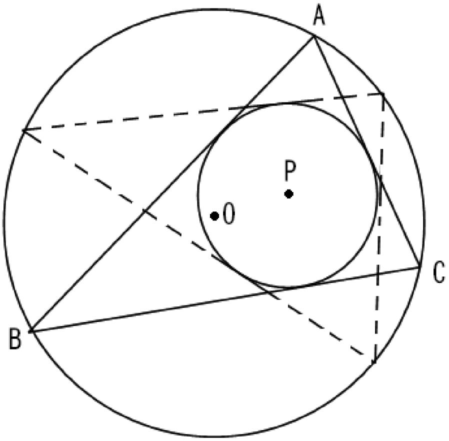

図 12

で表される。

注

1　これは、コアブロックのグループにおいて、エーカー当たり 1000 人、その周辺ブロックではエーカー当たり 500 人いて、集中居住ブロックは、少なくとも 50000 人を包含する。ちなみに、2000 年においてアメリカ合衆国では、464 の都市化地域があった。
2　これは、都市化地域のバージョンを下げたもので、地域クラスターを形成する人口は、2500 人から 50000 人である。このクラスターは 2000 年においてアメリカ合衆国では、3112 あった。
3　ちなみに、この定義の逆は、勢力指数と呼ばれている。
4　ここでのコンパクトシティとは、消費者の交通アクセスの公平性およびエネルギーの節約などを考慮して、都市の中心にショッピングセンターや公共サービスが集積されている円形都市を示す。
5　ここでの都心部は、一つの都市の都心部ではなく、都市圏に必要な多くの機能が集中している都心部であり、距離の効率性の観点からほぼ中央に位置している。例えば、円形とした場合の東京大都市圏における東京特別区のようなものである。
6　これらの境界地には、クリスタラーの交通原理によって一つの地区が形成されよう。
7　これは経済に限定するならば、市場圏ということに置き換えられるであろう。
8　ただし、単純化するために３つの円に囲まれた空白の部分には公共サービス事業などが

立地していると考えられよう。

9　ここで、円 G の半径は、Soddy の２番目の定理によって求められる。これについては、一松（2003、pp. 75-77）を参照せよ。

10　ここでの円と円の僅かな隙間は、都市共通機能としての公共空間を示している。

11　ここでの都心部は、一つの都市の都心部ではなく、都市圏に必要な多くの機能が集中している都心部であり、距離の効率性の観点からほぼ中央に位置している。例えば、東京大都市圏における東京特別区のようなものである。

12　ここでの機能は、行政、ビジネス、商業などの中心的役割を果たすすべての機能を示す。

13　注６同様に、これらの境界地には、クリスタラーの交通原理によって一つの地区が形成されよう。

14　これは経済に限定するならば、市場圏ということに置き換えられるであろう。

15　この定理については、付録(1)および(2)を参照せよ。

16　ただし、単純化するために３つの円に囲まれた空白の部分には公共サービス事業などが立地していると考えられよう。

17　ここで、円 G の半径は、Soddy の２番目の定理によって求められる。これについては、一松（2003、pp. 75-77）を参照せよ。

18　ただし、この階数は、Stewart の定理（付録(4)）にもとづいて計算された値とは異なることに注意されたい。

19　ここでは、第１ランクの都市の大きさを円の面積ではなく、円の半径をもって計算されているが、面積にしても(8)が導かれる。

20　ちなみに、神頭（2004、pp. 121-123）によると、わが国の大都市 10 の人口に対してランク・サイズモデルを適用すると、1970 年から 2000 年にかけて α が 0.8 からほぼ１に近い値が推計されている。また、愛知県における 35 都市の住民基本台帳人口のデータ（2005 年）をランク・サイズモデルに当てはめると、$\alpha=0.928$ である。したがって、ここでの都市圏は現実と比較して、都市数が少ないものの人口または面積においてランク間の格差が大きい都市を有する都市圏を意味する。

21　この定理は、岩田（1978、p. 232]）によると「同じ円に内接する２つの外接する円の半径の逆数（曲率）の和が一定」と言うものである。

22　これについては、岩田（[1971、pp. 384-385]、[1978、p. 273]）および［1993b、p. 121]）を参照せよ。

23　ポンスレー（1788 ～ 1867）は、フランスのメッツ生まれで、モンジュの教えを受け双対の原理を発見したことで有名である。また、後に彼は射影幾何学に影響を与えている。

参考文献および引用文献

Dantzig, G. B. and T. L. Saaty（1973）*Compact City*, W. H. Freeman and Company（監訳―森口繁一『コンパクトシティ』日科技連出版社、1974）

Hollingdale, S.（1989）*Makers of Mathematics*, Pelican Books（岡部恒治監訳『数学を築いた

天才たち（上)、(下)』ブルーバックス、講談社、1998）
Howard, E.（1902）*Garden Cities of Tomorrow*, Orion Press, 1902（邦訳—長素連『明日の田園都市』鹿島出版会、1968）
McDonald, J. F.（1997）*Fundamentals of Urban Economics*, Prentice-Hall.
O'Sullivan, A.（1990）*Urban Economics*, McGraw-Hill.
Wells, D.（1991）*The Penguin Dictionary of Curious and Interesting Geometry*, Penguin Books Ltd（共訳—宮崎興二・藤井道彦・日置尋久・山口哲『不思議おもしろ幾何学辞典』朝倉書店、2002）
Yvonne et Rene Sortais（1987）*La Geometrie du Triangle*, Hermann, editeurs des sciences et des arts, Paris（邦訳—戸田アレクシ哲『なぜ初等幾何は美しいか—三角形幾何学—』東京出版、2002）
阿原一志『シンデレラで学ぶ平面幾何』シュプリンガー・フェアラーク、2004
安藤哲哉『三角形と円の幾何学』海鳴社、2006
一松　信『現代に活かす初等幾何入門』岩波書店、2003
岩田至康『幾何学大辞典１』槇書店、1971
岩田至康『幾何学大辞典２』槇書店、1974
岩田至康『幾何学大辞典３』槇書店、1976
岩田至康『幾何学大辞典４』槇書店、1978
岩田至康『幾何学大辞典５』槇書店、1980
岩田至康『幾何学大辞典６』槇書店、1982
岩田至康『幾何学大辞典（補巻Ⅰ)』槇書店、1993a
岩田至康『幾何学大辞典（補巻Ⅱ)』槇書店、1993b
海道清信『コンパクトシティ』学芸出版社、2001
海道清信『コンパクトシティの計画とデザイン』学芸出版社、2007
角本伸晃「富山市のコンパクトシティへの取り組み—人口減少下の都市政策に向けて—」(神頭広好・角本伸晃・麻生憲一・長橋透・藤井孝宗『北陸地域のまちづくり研究』愛知大学総合科学研究所叢書 30、2007 所収）
神頭広好「ランク・サイズモデルが意味するもの—観光地への応用—」『日本観光学会誌』第 43 号、2003
神頭広好『情報と観光の空間分析—ランク・サイズモデルと経済理論—』経営総合科学研究所叢書 25、2004a
神頭広好『増補版　都市と地域の立地論—立地モデルの理論と応用—』古今書院、2004b
神頭広好「第７章　平面幾何学からみた都市の立地システムと交通」(神頭広好・角本伸晃・麻生憲一・長橋透・藤井孝宗『北陸地域のまちづくり研究—富山市を対象にして—』愛知大学総合科学研究所叢書 30、2007a 所収）
神頭広好『都市、交通およびニュータウンの立地』愛知大学経営総合科学研究所叢書 31、2007b
神頭広好『円形都市を有する都市圏構造—平面幾何学とランク・サイズモデルの応用—』愛知経営論集、第 157 号、2008
神頭広好『都市の空間経済立地論—立地モデルの理論と応用—』古今書院、2009

小平邦彦『幾何への誘い』岩波書店、2000
関根章道『人に話したくなる数学おもしろ定理』技術評論者、2006
寺阪英孝編『現代数学辞典』講談社、1977
難波　誠『平面図形の幾何学』現代数学社、2008
野崎昭弘・何森仁・伊藤潤一・小澤健一『図形・空間の意味がわかる』ベレ出版、2003
矢野健太郎『幾何の有名な定理』共立出版、1981
山本恭逸編『コンパクトシティ―青森市の挑戦―』ぎょうせい、2006
吉田克明・中野潤『直感でわかるおもしろ図形・幾何』技術評論社、2007