〈小研究報告〉

多層ネットワーク分析の地域経済への応用

田端　克至（愛知大学）

Application of the Multilayer Analysis in the Reginal Economy

TABATA Katsushi（Aichi University）

【要約】

この論文は、多層ネットワーク分析の手法を地域経済に応用している。地域が直面する課題は、今後一層複雑化し、問題の本質的な原因を検出することが難しくなっていくと考えられる。この分析手法は、まさにこういう状況にこそ真価を発揮できると期待される。本論文は、前半は単層と多層の関連性について理論的な関連性を中心に論じている。後半は、その理解をもとに、地域分析に応用している。

【キーワード】

多層ネットワーク分析　地域経済　グラフラプラシアン　　コミュニティ検出

1. はじめに

我々が住む世界は、複雑な要素が絡み合い、そして変化している。近年、様々な繋がりを、ノード（頂点）とエッジ（辺）の繋がりとして分析するネットワーク分析は、医学、生物、工学、そして経営学や経済学の分野に利用されてきた。分析の深化のプロセスで分かってきたのは、単一（monolayer）より複数（multilayer）、つまり層と層の影響を解明することの必要性である）。その結果、多層ネットワーク分析（multilayer network）と呼ぶ分析手法が提唱され、実用段階にある。これまでは、物理学者の間で利用され、門外漢には敷居が高い印象があった。

最近、muxViz（Rで動く）や、本論文で利用したPymnet（Pythonで動く）などで、比較的容易に分析可能になっている[(1)]。こうした計算モジュールの進歩は、想像を超えるもので、数年前であれば一部の専門技術者が独占する分析道具に過ぎなかった。しかし、特殊なプログラミンのトレーニングを受けることなく、経済学者が容易に扱えるレベルにまで、操作性は改善してきた。我々も、この多層ネットワークを国際金融取引に応用するモデル開発に取り組んでいる。本報告は、そこで得た知見を使って、地域経済の分析に応用したものである。

実は、Kivela, Arenas et al.（2014）が指摘するように、多層ネットワークを使った分析は盛んであるとは言えない。ネットワーク分析関連論文のせいぜい2割程度が多層ネットワークを扱った論文であるとされている。研究者の間でも、その有効性への認識は十分ではないようである。その理由は参入障壁が高いことである。障壁の一つは、本質を掴む上でグラフ理論とその周辺知識が必要であることや、ネット

ワーク分析に直接利用できるデータが整備されていないことにある。さらに、多層ネットワークの解析結果は、解釈が難しいことも影響しているように思われる。

比較的、国際経済や国際金融の分では、多層ネットワーク分析を利用している。一つは、ネットワーク分析に直ちに応用可能な国家間の貿易・金融データが、収集され無料で公開されていることも影響している[(2)]。財・サービスが多様である国際貿易では、取引される財の種類に応じてネットワークを描くことができる。

また、実際の国際金融取引では、同一の投資家やエージェントが、為替取引だけでなく、国際銀行間取引、国際債や株式ファンド投資、そして商品取引などに同時に参入している。これらの取引にゼグメントは存在せず　しかも盛んである。様々な国際間の経済取引が、相互に干渉しながら重なり合っている。最近では、多層ネットワーク分析の手法を用いて金融感染の予測や対策にも利用しようという研究も盛んになっている。

2. 多層ネットワークとは

(1) 単層と多層のネットワーク分析

単層を積み上げて多層を創る、あるいは逆に、多層から単層に変換することができる。このアイデアはかなり早い段階から提唱されたようだが、その原始的な意識が強かったためか、幾つかの試行を繰り返した。2000年以降になって、研究上の実用性に耐えれる程度の手法として確立された。議論の展開をサーベイする能力は、今のところ、我々は持ち合わせていない。とりあえず、Kivela, Arenas et al.（2014）論文に従って、多層ネットワークの基本を論じるとしよう[(3)]。

(2) 多層ネットワークの表現

ネットワークワーク分析の背景にある理論的な議論

多層ネットワークの準備として、単層ネットワークの議論から始める。グラフ理論の発達により、単層ネットワークには興味深く、かつ、制御理論やゲーム論に応用可能な特徴を備えていることが明らかになってきた。単層ネットワークの特徴を全て継承しながら、多層ネットワークを深化させる。これがこの分野の研究者の最大の課題の一つであった。

まず、ネットワークの魅力的な特徴の幾つかを、できるだけ簡単に分かり易く示しておこう。一般に、ネットワークは、次のように表現される。Gはネットワークを表現するグラフとしよう。

$$G = G(V, E) \quad E \subseteq V \times V$$

この式の含意は、グラフGで示されるネットワークは、ノードVとエッジEで作られるということだ。このエッジEはノード（nodeとは頂点）とノードを連結する（V×V）で生成される。ここで掛算記号×は、後述するデカルト積である。ここでは、2つの頂点を連結して組み合わせができたものを指すという程度に理解されたい。

この式から面白いインプリケーションが豊富に導き出され、ネットワーク分析は大いに普及した。特に、グラフラプラシアンと関係付けることで、深淵な数学的研究領域になっている。

とりあえず、この式がどのように使われるのか、簡単なネットワークを図示しよう。

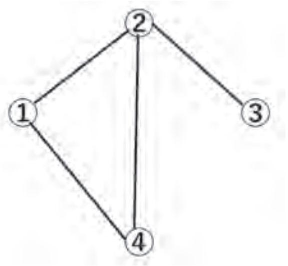

図1　簡単なネットワーク(無向)

ネットワークには、方向性を考慮するものと、考慮しないものがある。とりあえず、方向性を考慮しないで簡単なネットワークを示すとしよう（図1）。このネットワークは、①～④までノードが4つ存在する。エッジは①と②、①と④、②と③、②と④の4本である。この関係を上の式で示すと、ノード数は4、エッジは[1,2],[1,4],[2,3],[1,4]

$$G = G([4],\{[1,2],[1,4],[2,3],[1,4]\})$$

のように、ノードVとエッジEの順で表現されている。この形式での表現は、多層ネットワークでは複雑になりすぎる面があるので、理解を促進するため、テンソルという数学的な見通しのよい表現で示すこともある。後半では、そのテンソル表現も示すとしよう。

さて、図1のネットワークを行列でも表現できる。まず結果を示そう。

$$A_G = \begin{bmatrix} - & 1 & 0 & 1 \\ 1 & - & 1 & 1 \\ 0 & 1 & - & 0 \\ 1 & 1 & 0 & - \end{bmatrix}$$

A_Gは4×4の行列だが、縦と横、それぞれ1番から4番までのノードが対応している。自分のノードから自分のノードは存在しないので、—で示した（以下、対角線上の要素は—ではなく0としている。)。1と2にはエッジが存在するので、行列A_Gの（1,2）には1が入る。同じ様にして、ノード1とノード3はエッジが無いので、行列A_Gの（1,3）は0となる。さらに、2行目は1と2つまり2と1にエッジが存在し…と、同じ要領で1か0を入れていく。このようにして、上のネットワークでエッジがあるか否かで行列を作ることができる。この行列さえ与えれば、ネットワークを描くことも可能である。ネットワークの中心的役割を果たしている重要な行列なので、隣接行列（adjacency）と呼ばれる。

隣接行列は、ここでは繋がっている場合には1（逆に繋がっていないと0）とした。原理的には、さらに複雑にして、1と0ではなく、重さ（weight）を入れてもよい。ノードを国であるとみたてれば、ノード1とする国1とノード2の国2で、どのような取引が行われたか示すこともできる。

この隣接行列の特徴を科学的に解析するのが、ネットワーク分析の最大の目的の一つである。そのために、様々な量的指標が開発されている。特に、ネットワークでどのノードが重要な役割を演じているかを示す中心性は、最重要の情報量である。そのため、いろいろな中心性が定義されている。あまりに多くの中心性が存在するため、分析の目的に応じて、中心性を使い分けることが重要である。なお、中心性を含む様々な量的指標の計算方式や意味は、鈴木努（2017）などを参照されたい。

次に、次数行列と呼ばれる重要な行列を作成する。各ノードから何本のエッジが出ているかを示す行列でる。早速、上の例を見ると、①のノードから2本、②から3本、③から1本、④から2本のエッジが出ていることが確認される。とりあえず、行列の対角線上に置いてみると、次数行列D_Gは次のようになる。

$$D_G=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2、3、1、2という対角要素が、各ノードから出るエッジ数になっている。さて、この二つの行列は実に豊富な情報を含んでいる。ここでは、グラフラプラシアン$\mathrm{L_G}$と呼ばれる$\mathrm{D_G}-\mathrm{A_G}$を作成してみる。

$$D_G-A_G=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

このグラフラプラシアンの特性の一つは、単純な計算で示すことができる。横に足してみると、$2-1+0+0=0$、次が$-1+3-1-1=0$となり、合計は0となっている。また、縦に足しても0になっている。深入りしないが、この性質は、面白い。線形代数の教科書では、この様な現象が何を意味しているか解説している。ノード1からノード4に大きさ3のショックを与えてみよう。3倍の力をそれぞれのノードにかけるのだが、変化しない（第一行で計算すると$2\times3-3-3=0$）。つまり、グラフラプラシアンは、ネットワークの連続性や平衡な状態をとらえていると考えることができる。

$$L_G=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

もう一つ、興味深い特徴を紹介する。元のネットワークに方向性を付け加えて始点と終点を与えてみよう。無向であった図1を有向グラフにした図2を見て頂きたい。1⇒2、1⇒4、2⇒3、2⇒4の有向ネットワークになっている。それぞれ始点を1、終点を-1と置いて、左列から右列に順番に1⇒2（$\mathrm{L_G}$の式にある12と記された列。以下同じように見る）、1⇒4(14)、2⇒3(23)、2⇒4(24) にノードの番号に数値を置いてみよう。まず、1⇒2では行列$\mathrm{B_G}$の(1,2)要素の1になる。さらに(2,1)は終点なので-1を付け、第一列の他の要素は0とした。これを繰り返して、作成したのが行列$\mathrm{B_G}$である。議論の都合があり、行列$\mathrm{B_G}$の転置行列 B_G^T も作成しておく（B_G^T は紙幅の制約で示していない。）。

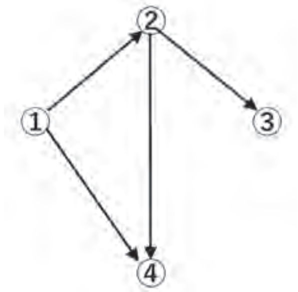

図2　簡単なネットワーク（有向）

始点　終点

$$B_G=\begin{array}{c} \begin{matrix} \text{①②} & \text{①④} & \text{②③} & \text{②④} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{array}$$

さらに、$\mathrm{B_G}\,B_G^T$を計算してみると、先に作成したグラフラプラシアン$\mathrm{L_G}$に等しくなる。つまり、$\mathrm{L_G}=\mathrm{B_G}\,B_G^T$が成立する。この関係を利用することで、分析対象となるネットワークの豊かな特性を浮き彫りできる。例えば$\mathrm{L_G}=$

$B_G B_G^T$から、固有値を計算できる[4]。求めた複数の固有値の特性を使って、ネットワークを幾つかのコミュニティに分割することが可能になる。さらに、複数時点でのデータを使って、固有値の変化を観察すれば動的な変化のメカニズムも捉えることもできる。数的処理が容易にできるのは、L_Gが上の式に示された特徴をおびているからである。これは数学的には半正定値行列（PSD: positive semidefinite matrix）と呼ぶ。

（3）単層から多層へ：ネットワークの拡張

単層ネットワークにおける、グラフラプラシアンL_Gの重要性を説明した。この特徴は、多層ネットワーク分析にも継承されなければならない。そうしないと、単層ネットワークで得てきた豊かな知見も、継承されないことになってしまう。

多層ネットワークの特徴はアスペクト（Aspect）という概念を組み込んだ点にある。一つのモノを、多様な面から評価する、その多様な面＝アスペクトを導入したのだ。そもそも、単層ではネットワークを多様な面からみる必要はなかった。しかし、複数の層が干渉しあって大ネットワークを形成している場合、単純に一つの方向からだけでは大ネットワークの特徴をとらえきれない。

アスペクトを利用して、単層ネットの延長線上に、多層ネットワークの定義を示そう。当然、単層ネットワークに比較して複雑になる。説明のために、集合の考え方を使ってデカルト積（Cartesian product）を導入する。今、集合Aの要素を｛1,2｝、集合Bの要素を｛X,Y｝であるする。この場合AとBの組み合わせをA×Bとあらわすことにする。この場合A×B＝｛(1,X), (1,Y), (2,X), (2,Y)｝の組み合わせができる。

多層ネットワークは、単層に比較して飛躍的に組み合わせが増えている。図3の(a)を見ながら説明しよう。図左側(a)も右側(b)も同じ意味合いである。

この図を概観すると4つの層と4つのノード｛1,2,3,4｝が存在している。単層の表記法にならって、Vはノードである。各層に同じノード番号が書けれていたりするが、これは多層ネットの特徴である。二つのアスペクトを仮定する（aspect＝2）。一つ目のアスペクトは図では右の側面から眺めて記されており、AとBからなる。全く新しい言い方で「基本層」と呼び、基本層L_1（A,B）と記す。もう一つのアスペクトは図で下から見るように記されており、基本層L_2（X,Y）と記す。単層では層という概念を設定する必要はなく、VとEで説明された。

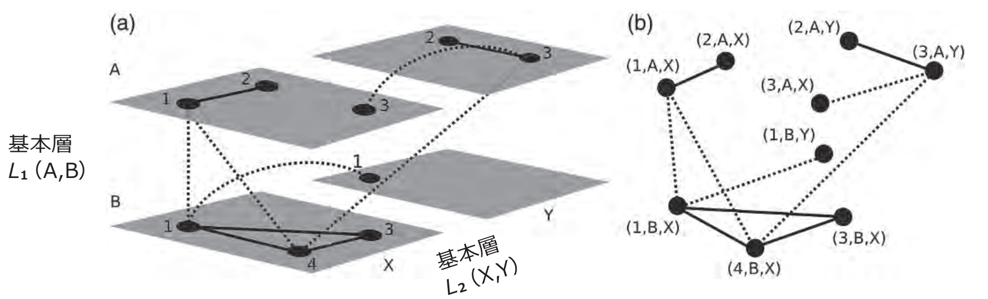

図3　多層ネットワーク
出典：Kivela, Arenas et al.（2014）

ここでは、まず層をアスペクトによって決定される「基本層」としていることを理解されたい。

とりあえず、ノード1がいる基本層L_1を探してみるとAの層に1つある。さらに、基本層L_2の側面から確認すると、Xにある一点を確認できる。ノード1を標記すれば（1,A,X）として特定することが可能になった。こうした手続きを9つの全ノードにすると、この多層ネットワークのノードの集合VMは

VM=｛(1,A,X)，(2,A,X)，(3,A,X)，(2,A,Y)，(3,A,Y)，(1,B,X)，(3,B,X)，(4,B,X)，(1,B,Y)｝

となる。念のため、デカルト積標記で示すと$V \times L_1 \times L_2$と書き表すこともできる。さて、このVMだが、図のように層内、あるいは層間でエッジを作っている。(a)のように基本層を描きながら各ノードを描写することもできるが、基本層を取り除いて標記したのが(b)である。

次に、多層ネットのエッジEMも表現できる。（1,A,X）と（1,B,X）は基本層L_1の違いから層と層を結ぶ層間エッジを形成している。デカルト積を使うと、層内および層間でエッジの集合EMは、$V \times V \times L_1 \times L_1 \times L_2 \times L_2$とデカルト積でも標記できる。この説明を理解していくと、実は多層ネットワークでは、単層分析のノードのようなやり方でエッジEMが取り扱われていることに気が付く。

この多層ネットワークMを定義すれば、Mは（VM,EM,V,L）と表現される。VMは多層ネットで示されたノード、EMは多層ネットで示されたエッジ、各個別ノードの集合Vはノード（このケースでは｛1,2,3,4｝）、そしてアスペクトを反映して作られる基本層L_1の4つの情報で表現される。単層ネットワークは、多層ネットワークの特殊なケース、つまりV＝VMであると考えられる。つまり、基本層LとノードVMが新たに加わるが、これまでのネットワークの考え方を多層に直接利用できる形式が整えられた。例えば、V＝VMであれば、もはや単層ネットワークであり、多層の特殊ケースとして単層が存在することになる。

(4) テンソルと多層ネットワークの簡略化

$A \in \{0,1\}^{|V| \times |V| \times |L_1| \times |L_1| \times \cdots \times |L_d| \times |L_d|}$

この式の意味は、A行列が縦横それぞれ$|V| \times |L_1| \times \cdots \times |L_d|$の大きさの0と1で構成される行列を示している。この多層ネットワークの頂点間にエッジが存在すれば1、繋がらなければ0になる。これが多層の隣接行列Aの定義である。しかし、これを素直に理解することは容易ではない。ネットワークの伝統的な表現で記述していくと、複雑で凡長な記述になってしまう。

簡単化の第一段階として、多層ネットワークの記述方法を、簡略化しよう。図の頂点を示す各ノードの集合をu、基本層の集合をαとする。例えば、先の例だと、u=｛1,2,3,4｝でαは（α_1とα_2）である（ただし、$\alpha_1 = L_1$、$\alpha_2 = L_2$とする）。

これを利用して、エッジを記述すれば、(u,α)（u,β）となる。αとβは異なるので、自分の頂点で結び付いてしまう自己頂点から自分の頂点へ、という完結型のエッジは排除されている。

先ほど定義を紹介した多層ネットワークの隣接行列Aは簡略化される。

$$\mathcal{A}_{uv\alpha\beta} = \mathcal{A}_{uv\alpha_1\beta_1 \ldots \alpha_d\beta_d}$$

例えばd＝2のケース（Aspect＝2）とすれば隣接行列Aは次のようになる。

$$A_{\mu\nu\alpha\beta} = A_{\mu\nu\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2}$$

ここで右辺は、uとvがノード間でエッジを構成する。アスペクトは1と2の二つの場合、

基本層α_1とα_2、エッジをもう片方のノードが存在する基本層β_1とβ_2が示される。一般に、基本層の集合α($\alpha_1 \cdots \alpha_d$)と基本層の集合β(= $\beta_1 \cdots \beta_d$)の結びつきは、簡単化され右辺のように表現してもよい。これを、多層ネットワークの結合テンソル（Coupling Tensor）と呼ぶ。

テンソルを使うと、我々の理解は加速する。例えば、スライスという概念も、簡単に表現できる。スライスは、層は異なるが、同じノードで切り分けるような行である。層と層を跨いで、共通のノードで切り分けるスライスは、次のようにテンソルで表現することもできる。

$$C_{u\alpha\beta} = A_{uu\alpha\beta}$$

どうだろう。テンソルなどという数学用語が難しく感じられるかもしれないが、案外、頭が整理される。

(5) フラッタリング

多層ネットワークにテンソルを応用したものに、フラッタリング（Flattening tensors）という多層ネットワークの独特の操作がある。この操作に関する説明はかなりトリッキーである。フラッタリングは、アスペクトに対応する層を移し替え、統合する操作である。例えば。基本層としてα_{d-1}とα_dを考える。ここまでの話を数式に示すと、この二つのアスペクトから、ネットワークには$\alpha_{d-1}\alpha_d$の多層ネットワークの組み合わができている。形式的すぎると感じるかもしれないが、これを一つにまとめて、α'_{d-1}(= $\alpha_{d-1}\alpha_d$)を作ることはできる。当然、α'_{d-1}と置き換えているのだから、α_dは「表面」から消えており、新しく合成された新しいアスペクトができている。

注意するのは、フラッタリングが可能な理由である。例えば、アスペクトとして、「ディナーでの食事のレシピ」を入れたとしよう。前菜の層、スープの層、メインの食事の層、デザートの層が存在する。しかし、全く別に、既に、実際のデータがあり、前菜はオニオンスープ、メインはエスカルゴ、とくれば、デザートは自然と推測が効く。「既に」ある事実をもとに、レシピを予想できて、アスペクトとして「ディナーでの食事のレシピ」層を設定してしなくてもよい。アスペクトの統合はこれに似ている(5)。

(6) 超隣接行列の生成

最後に、単層の隣接行列や次数行列に対応する行列はどのように生成されるか説明する。例えば、多層ネットワークの場合は超隣接行列（Supra-adjacency）と呼ぶ行列を生成する。前述したテンソルで隣接行列を表現すると、最終的にかなり簡略標記できて、A$\mu\upsilon\alpha\beta$と示された。念のため確認するとμとυはネットワークの頂点を示すノードのことである。超近接行列は、$\mu\upsilon\alpha\beta$の組み合わせで生成される位置にエッジが存在する場合は1、存在しない場合には0を置くことで、多層ネットワークの複雑な構造を一つの行列で可視化している。

3. 多層ネットワークによる地域経済分析

(1)　前処理と(超）隣接行列

多層ネットワーク分析の地域経済への応用は研究の深化を加速させる可能性がある。ネットワーク分析の大半は単層ネットワーク分析である。しかし、多層ネットワークモデルで経済分析を試みた研究も徐々に増えている（Yevgeniya（2018)）。特に、多様な背景で行われる国家間の経済取引では、単層ネット

ワークでは捉えにくい面がある。地域経済の分析にも、各地域の伝統や文化、人の特性、新たに発生するダイナミックな時変要因を掌握しうる点で、多層ネットワークの活用される余地は大きいと期待される。

1）weight付きの超隣接行列

これまでの議論を踏まえて、多層ネットワークを応用して地域経済分析にチャレンジしてみよう。まず、（超）隣接行列を作る作業が重要である。

隣接行列の設定には幾つかの方法がある。一番単純な方法は、関係がある場合には1、そうではない場合には0を付与するやり方である。社会系のネットワーク分析は、ここに社会の実態を示すような値、つまり、weightの値を代入することが多いようだ。例えば、A国⇒B国の直接投資が30億ドル、C国⇒A国の直接投資が10ドルという情報がある場合、これをweightとして取り入れる。我々はweightを付けることにした。

2）経済関連データの隣接行列は相関係数をweightに

本研究用のweight付き隣接行列を作成する作業が必要になる。しかし残念ながら、何の前処理もしないで直接、ネットワーク分析にかけられるような地域のデータは存在しない。とりあえず、都道府県ごとの年データから、47都道府県間の相関係数を計算する。各県が発表する県民総生産、および、日本銀行が公開する各県の地域金融機関の貸出額を使い、各県の相関を計算した。これだと、データの操作性も単純で、かつ、研究者による恣意的なデータの前処理を回避できる。

相関を隣接行列の作成に利用するのは、一長一短がある。時系列データなど数年間のデータがあれば、データ間の相関を計算することができる。しかし、求めた相関マトリックスをベースとする隣接行列でネットワークを分析すると、その解釈が難しくなる。こうした問題はあるものの、ネットワーク分析に相関や共分散マトリックスを取り入れた研究は多い。例えば、欧州企業の連動性をネットワークで分析しているが、これは株価の共分散マトリックスを使っている[(6)]。

3）人口層は住民移動データで、スピアマン相関係数も別途準備

次は、人の動きに関するデータである。人口データは、県民計算やローンのような純粋な経済データではない。ここが、分析上、問題である。しかし、地域間の連動が、人、モノ、カネの動きによって影響されると考え人口移動データを採用した。人の移動は、住民基本台帳をもとに毎年公開される、都道府県間の住民移動データである。ネット流出額（＝流出－流入）をとり、流出超（＞0）のデータに採用した（ただし、マイナスなら0とした）。

結局、本研究では、前処理によって、2015年～2020年の県民経済計算および県別ローン取引額の相関マトリックス、および人口流出データをもとに47×47の隣接行列を作成した。

最終的に、データ制約のため、仕方なく相関係数を取り入れた事情を考慮し、データの非線形性を考慮して計算するスピアマン相関係数も準備した。

（2） 多層ネットワークモデルの作成

1）3つの層と1アスペクト

本研究で採用する多層（multilayer layer）には、人の流れを示す層（人口層）と、カネの流れを示す層（Loan層）とモノの流れを示す層（GDP層）から成る経済関連の二つの層、計三層である。人口層と経済とは間接的に影響

しているが、直接的ではなく、人の動きは地域への帰属意識やライフステージなど、幅広い要因によっても影響されるものとする。つまり、3つの層は2つにグループ化できるとする。多層ネットワークでは、これを側面（aspect）と呼び、モデル設定の際、組み込んでいる。本論文は、多層ネットワークの地域経済分析への実装可能性を試験することに目的があるので、分析に見通しのよいアスペクト＝1（Aspect=1）としている。

2）層と層を層間エッジのweight

次に、各層の間の関係を設定する作業がある。各層には47都道府県のノードがあり、そのノードを結び付けるエッジが結ばれる。理屈の上では、最大47×47÷2（directionが無いため2で割る）となる。このエッジにweightを付ける作業である[(7)]。本研究では、結局、層と層との関係性について自分で考えて設定した。まず、Loan層とGDP層の関係については、各県の県内総生産とローン額の相関を求めた（2015年～2020年）、この相関の大きさをLoan層とGDP層を結び付ける層間エッジ（edge）のweightとした。同様に、人口層とLoan層、GDP層にweightを付ける必要がある。

人口層と他の層との層間エッジのweightは、それぞれのネットの特性を示すページランク（PageRank）という中心性を採用した[(8)]。まず、PageRankはGoogleの創業者であるLarry Pageらが開発したもので、その性質はネットワークの中で最もインフルエンスの高いノードに高い値を付けるような中心性になっている。中心性は、PageRankだけでなく、次数中心性、固有値中心性など数多く存在するが、ネットワークのインフルサーを探したい場合などに利用される。これを使って、人口層の各ノードのPageRankの値と、Loan層（GDP層）のそれとの平均を層間エッジのweightとして採用した。

（3）　各層の特徴

多層ネットワーク分析に入る前に、各層の特徴を示しておこう。各層において、他のノードに影響する力（インフルエンス力）のトップ10を示したのが表1である。まず、経済アスペクトであるGDP層とLoan層を観察する。

まず、全般的にインフルエンスが大きいのは、東京である。日本における、経済、文化の中心としての機能を有していることが分かる。特に、人口層におけるインフルエンス力は他地域を圧倒している。経済アスペクトとして採用したGDP層、およびLoan層では、東京や大阪など大都市圏を抱える地域が、インフルエンスが高いことも確認される。その中で、どの層にも登場するのが京都であり、地域経済における影響力の高さを示していると考えられる。愛知県は人口において、比較的高い影響力があるこ

表1　PageRank top10の都道府県

	GDP層		Loan層		人口層	
1	福岡	0.026	京都	0.0228	東京	0.164
2	東京	0.026	福岡	0.0228	大阪	0.069
3	京都	0.026	栃木	0.0227	神奈川	0.065
4	大阪	0.026	東京	0.0227	埼玉	0.055
5	静岡	0.025	神奈川	0.0227	福岡	0.046
6	鳥取	0.025	三重	0.0227	愛知	0.043
7	宮崎	0.025	兵庫	0.0227	千葉	0.036
8	群馬	0.025	鳥取	0.0226	兵庫	0.034
9	新潟	0.025	北海道	0.0226	宮城	0.025
10	栃木	0.025	大分	0.0226	京都	0.024
	愛知	0.023	愛知	0.0217		

出典：著者推計

とが確認されるが、経済の他県への影響力という点では、名古屋という日本有数の大都市を抱える地域でありながら、高いインフルエンスを占めるには至ってないことも読みとれる。

（4）多層ネットワーク分析の結果

1）3層からなる多層ネットワークモデル（ベースモデル）

47都府県の多層ネットワークを視覚化したのが図4である。これは、Pymnetで計算した結果をNetworkxに変換して描いている。

大きな●は、愛知県であり、各3層にそれぞれ存在することは確認される。他の都道府県のエッジは、省略している。この理由は、47都道府県全てを表示してしまうと、目視するレベルでは全く判然としない図になったからである。

その上で、愛知との結びつきのあるエッジの中で、最大のweightのものを黒線で示している。作成した図の意味としては、愛知県と一番繋がりのある県をLoan層、GDP層、それから層の間で選び出してみる。さらに、その都道府県が最も結びつきの強い県を結ぶように作成し

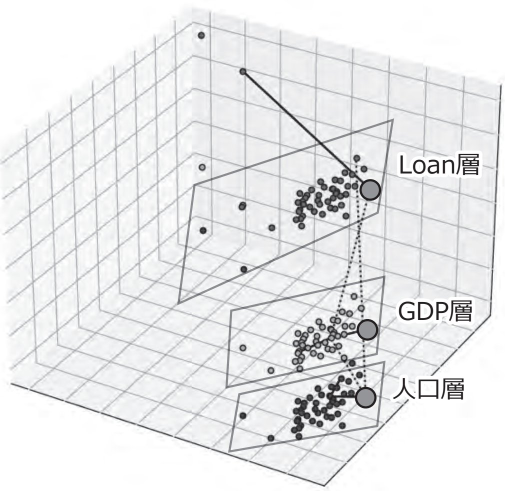

図4　多層ネットワーク分析（ベースモデル）
出典：Pymnetを使って著者推計

ている。例えば、GDP層で愛知と最も関係している県は岡山県である。その岡山が最もリンクしている県が北海道である。

各層別に愛知とのweightの高い県を取り出してみると、

GDP層：愛知—岡山—北海道、Loan層：愛知—岩手—愛知、人口層：愛知—東京—埼玉

となっている。また、層間エッジのweightから、

GDP層と人口層：愛知—東京、Loan層と人口層：愛知—東京、GDP層とLoan層：愛知—山梨

という繋がりも観測された。

2）スピアマン相関係数での計測結果

次の節結果を示すが、予備的に準備したスピアマン相関係数での計測も行った。スピアマン相関を利用した理由は、前述したように、非線形データの相関係数を採用することに疑問が残るからだ。このため、単純な相関ではなく非線形を前提とした相関の計算であるスピアマン相関でも分析した[9][10]。明らかに、通常の相関係数とスピアマン相関をもとにしたネットワークの図は違っており、利用するデータの選択がモデルの結果を大きく左右することが確認される。

4. 基本モデルの評価と修正

（1）基本モデル

基本とする相関データなどを用いた3つの層からなる多層ネットワークモデルは、何を見つけたのだろう。ここでは、愛知県とのネットワーク上の結びつきについて報告した。それによれば、生産では岡山県、金融では東北の岩手県との強いリンクを観測している。問題は、これが何を意味しているのかである。それには、

さらに多層ネットワークの構造を検証するような、分析が必要とされるはずである。具体的には、層から層へ影響が浸透する様子を観察する（percolationと呼ぶ）ことで、愛知県と他県との間にどのようなネットワーク構造上の変化が起きているのか観察する必要がある。いわゆる、地域間の波及経路分析を行う必要性である。

ところで、この様な研究上さらに追及しなければならない課題はあるが、愛知が生産面では岡山、金融面では岩手となっているのは、面白い結果である。直観的には、愛知県は岐阜・三重・静岡などの近隣県との連動が大きいとみていた。それが近隣より、比較的距離の遠い地域との結びつきを強めているというのである。一方、愛知県経済の主柱となっている、トヨタやその関連会社は、産業集積の場として岩手県への進出を強化している。その結果、現在の岩手北上市を含む南岩手は、IT生産をコアとする一大先端工業地域が形成され活況を呈している。あるいは、こうした現状をネットワーク分析が捉えているのかもしれない。そこで、残された紙面を使って、予備的に準備したスピアマン相関係数を使って多層ネットワーク分析を実施してみた。

⑵ スピアマン係数を使った別バージョンの分析

予備的に準備したスピアマン相関係数をもとに、別の多層ネットワークを作成した（図5参照）。その結果を見ると、基本モデルとスピアマン係数を利用した修正バージョンネットワーク分析では、かなり異なるようである

特に、Loan層のネットワークは大きく変質しており、愛知県から放射線状のエッジが多数形成されていることが確認される。つまり、日本の地域金融のネットワークは網羅的に繋がっているとみられる。この結果も興味深いものである。愛知県の金融機関と、全国の金融機関がかなりの密度で連動していることを、このLoan層から得た結果は示唆している。視覚的な確認では、この辺りが限界であろう。さらなる検証には前述した各県の構造的な繋がりを示す分析が必要となる。

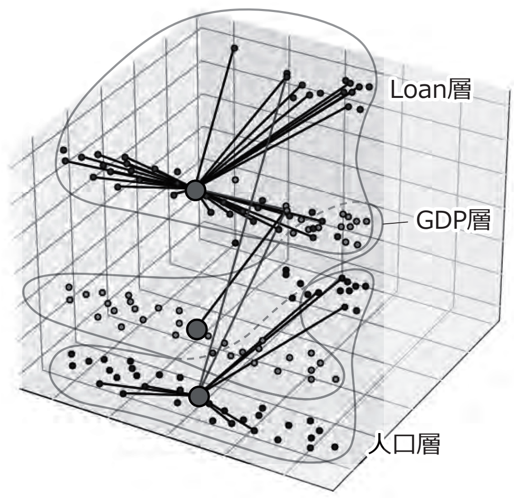

図5　多層ネットワーク（スピルマン相関係数）
出典：Pymnetを使って著者推計

⑶ スピアマン相関係数を使ったコミュニティ検出

ネットワーク分析は、ネットワークを構成するノードが、どのようなコミュニティに分割できるのか、検証できる。

ここで、多層ネットワークのコミュニティ（グループ）を調べ、図にしてみた（図6参照）。ここでは、leidenalgを使っている。コミュニティは、東北各県、岐阜など中部地域、中国四国、鹿児島などと、いわゆる大都市圏を抱える地域に分割される。これは、我々の直観的な地域・地方に関する印象とも合致している。

図6　多層ネットワークによるコミュニティ検出（スピルマン相関係数）
出典：Pymnetを使って著者推計

5. 結びにかえて

我々の多層ネットワーク分析では、人・モノ・カネの繋がりによって、容易には捉えにくい地方経済の構造分析を捉えようとしている。我々の多層ネットワークルには、改善の余地がある。しかしそれでもなお、面白い発見をしている。例えば、日本の地域経済は、その特性から複数のコミュニティに分離されている可能性である。もしそうならば、画一的な地域振興策がその有効性を失っていることを示唆している。

ところで、多層ネットワーク分析で組み立てた我々のモデルは、ここからが本領を発揮できるはずである。なぜなら、多層ネットワークは動的なネットワークの変化を検出することを目的とした分析道具であるからだ。例えば、ある所で発生した金融ショックや技術革新が、どのような経路を辿って、社会全体のネットワークに拡散していったか、というような分析は比較的容易に進めることができる。

応用面はそれだけではない。産業構造の変化が、地域経済にどのように影響しているかも予想できる。さらに、地域の産業構造の変化のあるべき姿として、どの地域にどの様な産業を発達させていくべきかというような視点で、ネットワーク構造のシミュレーションも可能である。そうなれば、地域産業政策の在り方に全く新しい視点を提供しえると期待される。

〈付記〉

本研究は愛知大学中部地方産業研究所2022年度小研究研究費の助成を受けたものである。

【注】

(1) 本研究では、Pymnetを使って分析している。ネットワーク指標の計算、および、図表化は自力でプログラムを組まないといけないため、初心者向きではないと思われる。Jupyter上では、PymnetをPythonのモジュールとして直接インストールすることはできなかった。さらに、図を描く作業は、Pythonのネットワーク分析モジュールとして利用されるNetworkxに変換して行った。

(2) IMFから貿易はDirection of Trade Statistics、また国際金融取引ならCPIS（Coordinated Portfolio Investment Survey）で国家間の取引が公開されている。

(3) 多層ネットワークは、元となる単層ネットワークの組み合わせではあるが、単純に積みあげたものではない。例えば、アスペクト（Aspect）という特異な概念が、多層ネットワーク分析に組み込まれている。
また、単層ネットワークが描き出す意味深なネットワーク像は、多層ではほとんど描いてこない。この辺りの多層ネットワークの特異さは、がっかりさせられる。本論文でも、途中まで多層ネットワークのプログラムを使ったが、最終的なネットワークは単層ネットワーク用のNetworkxを使っ

て、強引に描いている。

(4) $L_G = B_G$からL_GはPDSである。そのため、固有値を求め小さい順に並べると$0 = \lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$…という特徴を得る。特に、$\lambda_1$は必ず0になり、二番目の大きさである$\lambda_2$をフィードラー値と呼び注目する。これを使って、$L_G$のスペクトラム分解をすることでコミュニティ検出をするなど、ネットワーク分析の応用範囲を一気に広めることができる。

(5) ここで論じたfloatingの計算式を通常の表記法で示すこともできるが、解釈が難しい。

(6) この報告での分析では、方向性（direction）を無しとしている。この点に注意が必要である。我々が分析に使う各都道府県間の相関データは、片方しかない。A国とB国の相関=B国とA国の相関、となるので片方のデータしかできないのだ。これは、ネットワークの正確な分析を妨げるが可能性がある。

(7) 多層モデルの中には、この層の間の関係性に恣意性が入るのを回避するため、ランダムに層のリンクが発生する（ネットワークでは層間エッジと呼ぶ）ような数的処理を設定しているものもある。Python上で多層分析を行うPymnetでは、この処理が行われる関数が実装されている。

(8) 前述したように、中心性は多数存在し、利用目的に応じて使い分ける必要がある。ネットワーク全体への影響度という点では、PageRank中心性以外にも、固有ベクトル中心性やKatz中心性などが利用される。

(9) GDP層では愛知県と最も結びつきが強い県として北海道、宮城、千葉、神奈川、新潟、石川、岡山、大阪、Loan層では愛知県と最も結びつきが強い県として北海道、宮城、福島、茨城、栃木、埼玉、群馬、千葉、東京、京都、新潟、石川、福井、長野、滋賀、和歌山、岡山、香川、高知、広島、山口、大分鹿、児島、沖縄、が観察れた。

(10) 採用データは非線形性をおびている。例えば、貸出額も基本的に増加傾向にあるが、県別の順位にも変動がある。さらに、前年に比較してローン額が減少に転じるような状況に陥った県も複数存在している。

【文献】

・国土交通省　国土数値情報ダウンロードサイト（https://nlftp.mlit.go.jp/ksj/index.html）最終アクセス：2024年1月16日

・鈴木努ネットワーク分析.Rで学ぶデータサイエンス／金明哲編集.第2版ed. Vol.8：共立出版, 2017.

・総理府統計局　住民基本台帳人口移動報告（https://www.stat.go.jp/data/idou/index.html）最終アクセス：2024年1月16日

・内閣府 経済社会総合研究所 県民経済計算（平成23年度－令和2年度）(2008SNA、平成27年基準計数)〈47都道府県、4政令指定都市分〉（https://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/data/data_list/kenmin/files/contents/main_2020.html）最終アクセス：2024年1月16日

・日本銀行時系列統計データ検索サイト　都道府県別預金・現金・貸出金（https://www.stat-search.boj.or.jp/ssi/cgi-bin/famecgi2?cgi=$nme_a000&lstSelection=MD12）最終アクセス：2024年1月16日

・Bianconi, Ginestra. Multilayer Networks : Structure and Function. First edition. ed. Oxford, United Kingdom: Oxford University Press, 2018.

・Kivela, M., A. Arenas, M. Barthelemy, J. P. Gleeson, Y. Moreno, and M. A. Porter. "Multilayer Networks." Journal of Complex Networks 2, no. 3（2014）: 203-71.

・Korniyenko, Ms Yevgeniya, Manasa Patnam, Rita Maria del Rio-Chanon, and Mason A Porter. Evolution of the Global Financial Network and Contagion: A New Approach. International Monetary Fund, 2018.

・Vidal-Llana, Xenxo, Jorge M. Uribe, and Montserrat Guillén. "European Stock Market Volatility Connectedness: The Role of Country and Sector Membership." Journal of International Financial Markets, Institutions and Money 82（2023）.