

〔論説〕

都市の秩序と複雑性

神 頭 広 好

Ⅰ はじめに

複雑性¹の研究は、1950年代にはジップを代表する「べき乗則」の研究はあるものの、1980年代後半から2000年代にかけて物理学、医学、社会学、地理学、さらには経済学においても盛んに行われた。複雑系のモデル自体は数学を基本とするが、経済学者である Krugman(1996) は経済地理学との関係において都市モデルを整理するとともに都市の立地構造について論じている。そこでは Krugman(1996) などの労働者移動の下で逓増型の生産関数を導入した農業－製造業型の都市立地モデルがある。都市と複雑性については、Prigogine and Stengers(1984)、Allen(1997)、Batty(2007) によって、べき乗則、カオス、フラクタル、オートマトンおよびパーコレーションなどが都市の様相に応用されている。

複雑性を空間に応用するに当たり、まず都市の立地構造モデルについては、経済地理学では Chiristaller(1933)、経済立地論では線形都市の Hotelling(1929) があり、2次元の空間では Lösh(1940) などがある²。都市の立地といっても、都市に多く立地するサービス業、とりわけ商業立地に照準が当てられている。ついでは都市経済学の分野では地代を空間的に扱った Thünen(1826) に淵源をもつ単一中心型の Alonso(1964) の付け値地代モデルなどが代表手なモデルであ

る³。最近では Krugman(1996) などの労働者移動の下で通増型の生産関数を導入した農業－製造業型の都市立地モデルがある。

ここでは、国家または大都市圏を対象空間として、秩序から混沌または複雑性へのプロセスを踏まえ、ランク・サイズの法則にもとづいて、人口、移動人口および都市の規模格差などの関係を明らかにする。ついで、ラテン方阵のもとで都市および駅の立地構造が有する複雑性について考察する。さらに Krugman(1996) による複雑性モデルについて考察する。

II ランク・サイズモデル

1. 空間的ランク・サイズモデル(中心地モデルにもとづく考え方)

人口は、最大都市に存在する都心部の魅力度⁴に対するポテンシャルに比例していることを仮定しよう。

まず単純化するために、都心部の魅力度を最大都市の魅力度とすれば、最大都市のポテンシャルは、

$$P_1 = \frac{A}{n^\alpha} = \frac{A}{1} = A \quad (1)$$

で表される。また、ランク n の都市のポテンシャルは、

$$P_n = \frac{A}{n^\alpha} \quad (2)$$

で表される。ただし、 P_1 は最大都市であるランク1の人口、 P_n はランク n 都市の人口、 n は都市人口のランク、 A はランク1都市のアメニティ、 α は係数をそれぞれ示す。

さらに、上記の仮定によって、(1) 式および (2) 式から、

$$\frac{P_1}{P_n} = \frac{\frac{A}{1}}{\frac{A}{n^\alpha}} = n^\alpha \quad (3)$$

で表される。したがって (3) 式から、

$$\frac{P_1}{n^\alpha} = P_n \quad (4)$$

が成立する。ちなみに、 $\alpha = 1$ のとき、(4) 式はジップの法則⁵と呼ばれている。

2. 都市人口の変化率とランクの変化率にもとづくランク・サイズモデル

まず人口は就業の機会やアメニティが存在するより大きな（ランクの高い）都市へ移動することから、ランク n の都市人口変化率は、都市のランク n の変化率に反比例的であることを仮定すると、

$$\frac{\Delta P_n}{P_n} = -\beta \frac{\Delta n}{n} \quad (5)$$

で表される。また、(5) 式を積分すると、

$$\int_1^m \frac{\Delta P_n}{P_n} dn = -\beta \int_1^m \frac{\Delta n}{n} dn \quad (6)$$

である。これを解いて、

$$\log P_m - \log P_1 = -\beta \log m \quad (7)$$

から、

$$\frac{P_1}{m^\beta} = P_m \quad (8)$$

が成立する。これは一種のランク・サイズモデルである。

3. 移動人口の最大都市への集中か、新都市の創出か。

Simon(1955) では、新しい人口の集団が都市を形成する確率と既存の都市に吸収される確率から、吸収される確率が都市の人口に比例しているもとでジップの法則が導かれている。

ここでは、ランク・サイズモデルのランクが自然数としての数をも意味していることを利用して、企業および工場の立地によって（１）移動人口が大都市

圏の最大都市へ吸収されるケース（図 II- 1）、（ 2）移動人口によって大都市圏において都市が創出されるケース（図 II- 2）、（ 3）移動人口が大都市圏の都市人口に比例して吸収されていくケースのそれぞれを比較することによって、国家における大都市圏における最大都市の大きさ、都市格差、移動人口比の関係を導く。

まず、つぎの諸仮定を設定しよう。

- ①大都市圏内の都市の居住者は同都市内で就業している。
- ②大都市圏における企業の参入、規模の拡大または企業の創出は、大都市圏外からの人口（移動人口）を増大させる。
- ③短期的には、国家の人口は一定であり、大都市圏内の居住者も一定である。

これらの仮定のもとで、つぎの2つの比較モデルのケースについて分析を行う。

（A）：ケース（1）とケース（2）の比較モデル

大都市圏の総人口⁶は、移動人口を含め

$$T = P + S \quad (1)$$

で表される。ただし、 P は大都市圏の居住人口、 S は大都市圏への総移動人口を示す。

まず移動人口がランク 1 である最大都市に集中する場合（図 II- 1）は、

$$T = \int_1^m \frac{P_1 + S}{n^\alpha} dn \quad (2)$$

で表される。ただし、 m は大都市圏における都市数を示す。

ついで移動人口がランク 1 以外の都市へ移動することによって、大都市圏における 1 つの都市が創出される場合（図 II- 2）は（2）式から、

$$T = \int_1^{m+1} \frac{P}{n^\beta} dn \quad (3)$$

で表される⁷。

上記の(1)、(2)および(3)式から、国家および都市圏の居住人口および移動人口が一定であるとする、

$$P+S=\int_1^m \frac{P_1+S}{n^\alpha} dn=\int_1^{m+1} \frac{P_1}{n^\beta} dn \quad (4)$$

が成立する。さらに(4)式の第1項と第2項から、

$$\frac{\pi_p+\pi_s}{\pi_1+\pi_s}=\frac{1}{1-\alpha}(m^{1-\alpha}-1) \quad (5)$$

で表される。ただし、 $\pi_p=\frac{P}{N}$ 、 $\pi_1=\frac{P_1}{N}$ 、 $\pi_s=\frac{S}{N}$ 、 N は国家の総人口をそれぞれ示す。

図 II- 1

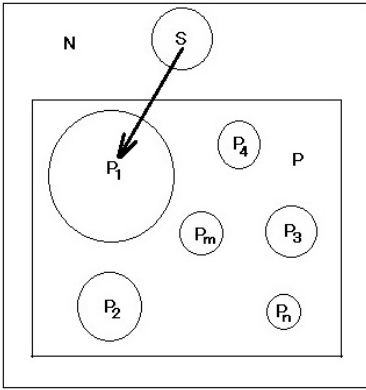
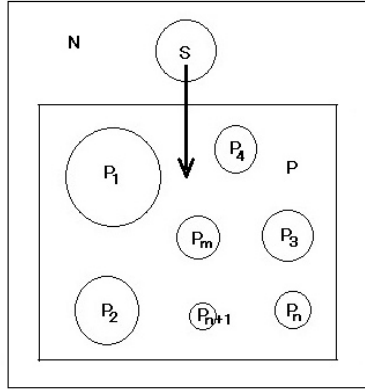


図 II- 2



また、簡単化のために(5)式は、

$$\frac{\pi_p+\pi_s}{\pi_1+\pi_s}=A \quad (6)$$

$$\text{で表される。ただし、} A=\frac{1}{1-\alpha}(m^{1-\alpha}-1) \quad (7)$$

(4) 式の第1項と第3項から、

$$P+S=\frac{P_1}{1-\beta}[(m+1)^{1-\beta}-1] \quad (8)$$

または

$$\pi_p+\pi_s=\frac{\pi_1}{1-\beta}[(m+1)^{1-\beta}-1] \quad (9)$$

で表される。また、簡単化のために、(9) 式から、

$$\frac{\pi_p+\pi_s}{\pi_1}=B \quad (10)$$

$$\text{で表される。ただし、} B=\frac{1}{1-\beta}[(m+1)^{1-\beta}-1] \quad (11)$$

ここで、大都市圏において最大都市への人口集中か最大都市以外への人口分散化についてみるために、まず $\frac{\pi_s}{\pi_1}>1$ の場合と $\frac{\pi_s}{\pi_1}<1$ の場合を比較すると、

$$\frac{\pi_s}{\pi_p}=\frac{B}{A}-1>1 \quad (12) \quad \text{ならば} \quad B>2A \quad (13)$$

であることから、

$$\frac{1}{1-\beta}((m+1)^{1-\beta}-1)>\frac{2}{1-\alpha}(m^{1-\alpha}-1) \quad (14)$$

である。

ここで、自己組織化が安定的で、かつ長期において都市の数かなり大きい場合、すなわち $\alpha \approx \beta$ および $m \approx m+1$ を想定するならば、(14) 式を整理すると、 $m^{1-\alpha}<1$ を得る。これを満たすためには、 $1<\alpha$ を必要とする。つぎに、

$$\frac{\pi_s}{\pi_p}=\frac{B}{A}-1<1 \quad (15) \quad \text{ならば} \quad B<2A \quad (16)$$

であることから、 $1< m^{1-\alpha}$ を満たすためには、 $0<\alpha<1$ を必要とする。

上記を要約すると、国家において大都市圏の都市数かなり多く、秩序化された、または自己組織化された状態であれば大都市圏において最大都市の人口

比率が低く、他の都市への移動人口の比率が高い（それによって都市創出の可能性が高い）場合は、結果的に大都市圏における都市の規模格差は相対的に大きい傾向（ $1 < \alpha$ ）にある。一方、大都市圏において最大都市の人口比率が相対的に高く、移動人口の比率が相対的に低い場合は、結果的に都市の規模格差は小さい傾向（ $0 < \alpha < 1$ ）にある。

（B）：ケース（2）とケース（3）の比較モデル

ここでは、大都市圏の都市の人口に比例して移動人口が吸収されるケースと移動人口に影響されて新たな都市が創出されるケースを比較する。

まず都市圏の総人口⁸は、居住人口および移動人口を含め

$$T = P + \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{P} S = P(1+W) \quad (17)$$

で表される。ただし、 P_i は都市*i*の居住人口、 P は総居住人口、 S は総移動人口、 $W = \frac{S}{P}$ を示す。

ところで、大都市圏の都市の人口に比例して移動人口が決定されるケースにおける大都市圏の総人口は、

$$P + S = \int_1^m \frac{P_1(1+W)}{n^\alpha} dn \quad (18)$$

で表される。また、移動人口に影響されて新たな都市が創出されるケースにおける大都市圏の総人口は、

$$P + S = \int_1^{m+1} \frac{P_1}{n^\beta} dn \quad (19)$$

で表される。(18) 式および (19) 式から、

$$P + S = \int_1^m \frac{P_1(1+W)}{n^\alpha} dn = \int_1^{m+1} \frac{P_1}{n^\beta} dn \quad (20)$$

で表される。(20) 式の第2項と第3項から、

$$\frac{1+W}{1-\alpha}(m^{1-\alpha}-1)=\frac{1}{1-\beta}(^{1-\beta}(m+1)-1) \quad (21)$$

が得られる。さらに、(21) 式を整理すると、

$$W=\frac{\frac{1}{1-\beta}((m+1)^{1-\beta}-1)}{\frac{1}{1-\alpha}(m^{1-\alpha}-1)}-1 \quad (22)$$

である。また国家の総人口を N とすると、(22) 式から、

$$W=\frac{S/N}{P/N}=\frac{\pi_s}{\pi_p}=\frac{\frac{1}{1-\beta}((m+1)^{1-\beta}-1)}{\frac{1}{1-\alpha}(m^{1-\alpha}-1)}-1 \quad (23)$$

である。ここで、国家において移動人口が相対的に多いケースと都市圏の居住人口が相対的に多いケースにもとづく大都市圏における都市規模の格差について見よう。

長期的には自己組織化によって規模格差が安定するとして、 $\alpha \approx \beta$ を仮定すると、

$$W > 1 \text{ ならば、} \frac{\pi_s}{\pi_p} = \frac{(m+1)^{1-\alpha}-1}{m^{1-\alpha}-1} - 1 > 1 \quad \text{それゆえ} \quad 1 > 2m^{1-\alpha} - (m+1)^{1-\alpha}$$

$$W < 1 \text{ ならば、} \frac{\pi_s}{\pi_p} = \frac{(m+1)^{1-\alpha}-1}{m^{1-\alpha}-1} - 1 < 1 \quad \text{それゆえ} \quad 1 < 2m^{1-\alpha} - (m+1)^{1-\alpha}$$

である。さらに、大都市圏における都市の数がかなり多く $m \approx m+1$ であることを仮定すると、

$$(a) \quad \frac{\pi_s}{\pi_p} > 1 \quad \text{ならば} \quad 1 > m^{1-\alpha} \quad \text{それゆえ} \quad 1 < \alpha$$

$$(b) \quad \frac{\pi_s}{\pi_p} < 1 \quad \text{ならば} \quad 1 < m^{1-\alpha} \quad \text{それゆえ} \quad 0 < \alpha < 1$$

である。

(a) のケースでは、国家において移動人口が大都市圏の居住人口よりも大きい場合は、大都市圏における都市規模の格差が大きいこと、すなわち格差係数 α は1以上であることを示している。これについては、一般的に交通が整備されていない後進国に当てはまる傾向がある。

(b) のケースでは、国家において大都市圏の居住人口が移動人口よりも大きい場合は、大都市圏における都市規模の格差が小さいこと、すなわち格差係数 α は $0 < \alpha < 1$ であることを示している。これについては、企業が比較的分散されていて、交通が整備されている先進国に当てはまる傾向がある。

上記の (A) および (B) の2つのケースを整理すると、かなり大きな規模の最大都市を有する大都市圏の都市規模格差は、移動人口が少ない国家ほど小さいことを示唆している。このことは、日本の都市の規模格差が高度成長期から現在までのプロセスにおいて小さくなっていることを物語っている。ちなみに発展途上国のランク1の都市（多くは首都）は首位都市（primate city）と呼ばれている。移動人口が安定したところではランク1とランク2の都市との人口格差がかなりあってもそれ以降のランクの都市に差がない後進国や中進国の場合は、都市数にもよるが都市規模係数 α はメキシコで0.719、ブラジルで0.918である。ここではメキシコが意外な推計値であった。これについては、メキシコのランク2からランク10までの都市の人口にそれほど差がないことによるものと考えられる。とり分け、先進国であるアメリカ合衆国では0.882、日本では0.808である⁹。

5. 都市の創出とランク・サイズモデル

ここでは、都市ランクの変化は企業使用地比率¹⁰（以後、企業地比率）および非企業地比率¹¹に関係することを仮定しよう。まず、このモデルは、

$$\Delta n = \beta \pi_n (1 - \pi_n) \quad (1)$$

で表される¹²。ただし、 β は係数を、 n は都市のランクを、 π_n はランク n 都市の企業地比率を、 $1 - \pi_n$ は非企業地比率を示している。

また、企業地比率はランク・サイズの法則が成立しているとすれば、

$$\pi_n = \frac{\pi_1}{n^\alpha} \quad (2)$$

で表される。ただし、 α は都市規模の格差係数を示す。

(2) 式を、(1) 式へ代入すると、

$$\Delta n = \beta \frac{\pi_1}{n^\alpha} \left(1 - \frac{\pi_1}{n^\alpha}\right) \quad (3)$$

で表される。

さらに都市ランクの変化率は (3) 式から、

$$\frac{\Delta n}{n} = \beta \frac{\pi_1}{n^{1+\alpha}} \left(1 - \frac{\pi_1}{n^\alpha}\right) \quad (4)$$

で表される。つぎに都市ランクの平均変化率と空間的関係を導くために (4) 式を用いて積分すると、

$$\lambda_m = \frac{1}{m} \int_1^m \frac{\Delta n}{n} dn = \frac{1}{m} \left[\beta \int_1^m \frac{\pi_1}{n^{1+\alpha}} dn - \beta \int_1^m \frac{\pi_1^2}{n^{1+2\alpha}} dn \right] \quad (5)$$

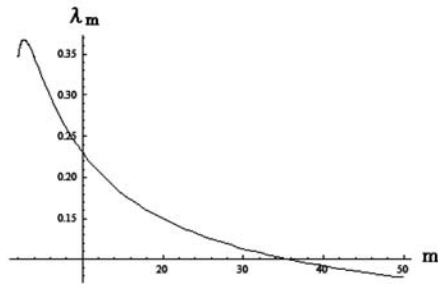
から、

$$\lambda_m = \frac{1}{m} \log m = -\frac{\beta \pi_1}{\alpha m} (m^{-\alpha} - 1) + \frac{\beta \pi_1^2}{2\alpha m} (m^{-\alpha^2} - 1) \quad (6)$$

を得る。ただし、 λ_m はランクの平均変化率を示す。

また (6) 式の第 1 項と第 2 項から λ_m を $2 \leq m \leq 50$ の範囲で図示すると、図 II-3 で描かれる。これについては、都市ランクの平均変化率は都市数が 3 のとき に最大化される。

図 II-3

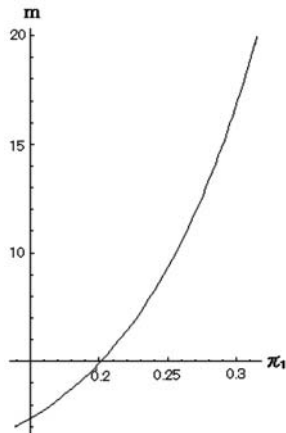


ここで、情報化の時代を反映して都心部の面積当たり生産性が向上すると、敷地がそれほど必要としない企業が増えると考えよう。これにもとづいて、 π_1 が小さく¹³、 $\pi_1^2 \approx 0$ とすると、(6) 式は、

$$\log m = -\frac{\beta\pi_1}{\alpha}(m^{-\alpha} - 1) \quad (7)$$

で表される。この段階において β は一種の「都市化の集積効果係数¹⁴」を示している。それゆえ、最大都市の企業地比率と都市のランクとの関係は、(7) 式から、

図 II-4



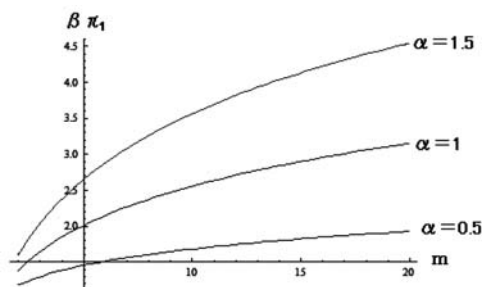
$$\pi_1 = \frac{-\alpha \log m}{\beta(m^{-\alpha} - 1)} \quad (8)$$

である。(8)式は図II-4に描かれている。ただし、 $\alpha = 1$ 、 $\beta = 10$ 、 $2 \leq m \leq 20$ である。図II-4から最大都市の企業地比率が増加すると、都市のランク（または数）が増加することを示唆している。このことは、最大都市の企業活動が活性化されると、居住の必要性が高まり、都市の創出可能性がより高まっていくことを物語っている。都市化の集積経済の規模を $\beta\pi_1$ とすると、

$$\beta\pi_1 = \frac{-\alpha \log m}{m^{-\alpha} - 1} \quad (9)$$

で表わされる。図II-5は、(9)式を $\alpha = 0.5$ 、 $\alpha = 1$ 、 $\alpha = 1.5$ および $2 \leq m \leq 20$ で描かれている。因果関係は分からないが、ランクが大きい、または都市数が多くなるほど、都市規模の格差が大きいほど最大都市の都市化の集積経済の規模は増大する。

図 II-5



図II-6は、(9)式を $0.5 \leq \alpha \leq 2$ 、 $\beta = 10$ 、 $2 \leq m \leq 20$ で描かれている。これについては、大都市圏における都市数が多いほど、都市規模に格差があるほど、最大都市の企業地比率が高いことを示している。

図II-7は、(9)式を $\alpha = 1$ 、 $1 \leq \beta \leq 10$ 、 $2 \leq m \leq 20$ で描かれている。これについては、大都市圏における都市の数が比較的多く、都市化の集積効果としての係数 β が小さいほど最大都市における企業地比率は大きいことを示唆してい

る。このことから集積効果としての公共サービスは空間としての企業地を狭めることを暗示しているように見える。

図 II-6

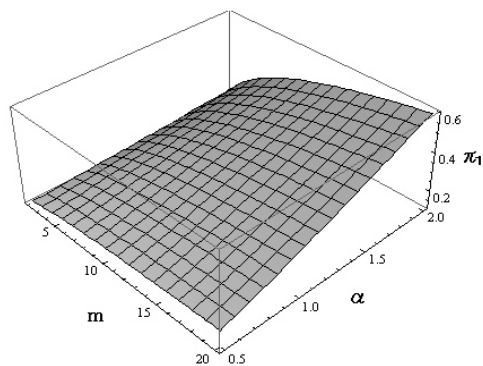
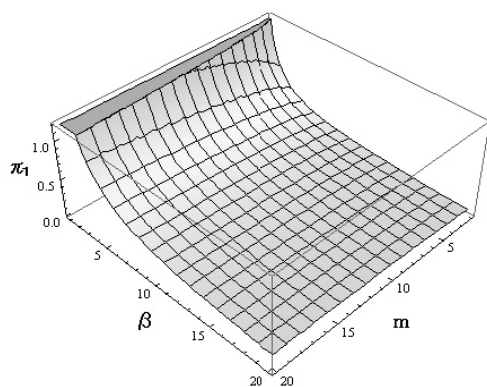


図 II-7



ちなみに、(1) 式から都市のランクが変化しない定常状態 ($\Delta n = 0$) は、限界地にある都市の企業地率が100%か0%かのどちらかの場合であるが、これは現実的には考えにくい。そこで最大都市における都市化の集積効果としての係

数 β が限りなくゼロに近い場合であると考えた方が適当であろう。それゆえ、最大都市において集積の経済が存在しなければ、都市の創出の可能性がないことをこのモデルでは物語っている。

III ラテン方陣にもとづく都市と駅の立地

ここでは、秩序から混沌、混沌から秩序の形態を説明するために、神頭（2013）で説明されているラテン方陣¹⁵について再考する。ラテン方陣は魔方陣¹⁶の一形態であるが、一般的な形は図 III-1で示される。

まず正方形から成る都市圏において、正方形である各都市は最大都市であるランク1の都市から東西・南北へスタートして秩序ある配置が決められる。また人口が大きな都市ほど地代が高いために、人口が小さい都市に企業や人口が集中することによって、やがて都心部と同程度の都市が創出される。（図 III-1参照）さらに都市の中心地間はタテとヨコに道路によって結ばれている。つぎに各都市の中心部に駅が立地される場合、東西、南北の鉄道路線上の同じランクの駅からなるべく多くの都市を経るように¹⁷、均等で最短の都市に駅を建設すると、都心（左上隅）からの対角線が鉄道となる。ところで、そこでの駅の間隔は東西、南北の鉄道路線上の駅の間隔よりも $\sqrt{2}$ 倍長くなることに注意を要する。（図 III-3a 参照）

ここでは、水平方向および垂直方向の各都市人口の合計は、ランクの逆数であるが各ランクの合計を用いたとしても相対的には変わらないとしている。

(i) 奇数のケースにおける対角線上の総都市人口は、

$$\sum_{n=1}^s n = \frac{s(s+1)}{2} \quad (1) \quad \text{ただし、} s \text{ は奇数}$$

で表される。奇数のケースは、水平、垂直方向の都市人口の各合計が対角線上の都市人口合計に一致する。（例えば、図 III-2を参照）この場合は、ラテン方陣と魔方陣と一致している。

(ii) 偶数のケースにおける対角線上の総都市人口は、

$$2 \sum_{n=1}^{\frac{s}{2}} (2n-1) = \frac{s^2}{2} \quad (2) \quad \text{ただし、} s \text{ は偶数}$$

で表される。偶数のケースは、水平、垂直方向の都市人口の合計が対角線上の都市人口よりも少ない。(例えば、図 III-3を参照)

上記の2つのケースの共通点は、対角線上の最後の都市は $n-1$ のランクである。

図 III-1

1	2	3	4	...	n-1	n
2	3	4	5	...	n	1
3	4	5	6	...	1	2
4	5	6	7	...	2	3
5	6	7	8	...	3	4
..
n	1	2	3	...	n-2	n-1

図 III-2

①	②	③	④	⑤
②	③	4	5	1
③	4	⑤	1	2
④	5	1	②	3
⑤	1	2	3	④

図 III-3

①	②	③	④	⑤	⑥
②	③	4	5	6	1
③	4	⑤	6	1	2
④	5	6	①	2	3
⑤	6	1	2	③	4
⑥	1	2	3	4	⑤

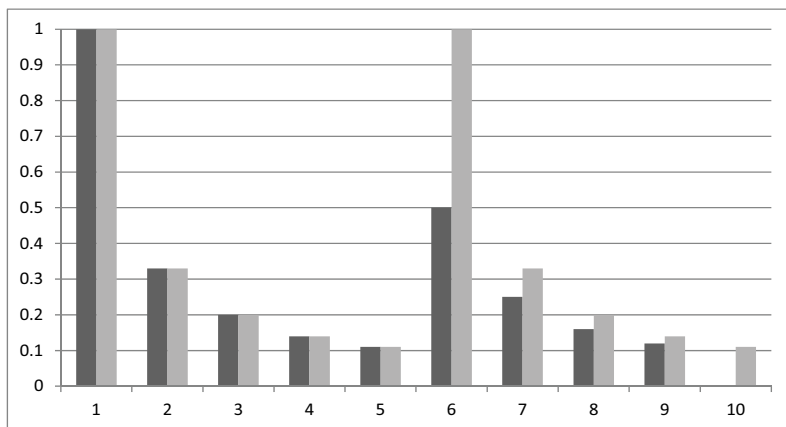
注) 図中の○は鉄道の駅の立地点を示す。(図 III-3も同様)

ラテン方阵、 9×9 (9次のケース)および 10×10 (10次のケース)のケースにおいて、最大の都市から数えて5番目の都市までは同等の人口を有しているが、6番目の都市において10次のケースでは最大都市と同等の人口を有する都市が出来上がる。

図 III-4は、同じランクにおいて対になっている最初の棒グラフ(濃い色)は9次のケースを、2番目の棒グラフ(薄色)は10次のケースをそれぞれ示している。ただし、縦軸の値はランク1の人口 P_1 を1万人として、 n 番目の都市の人口は、 $P_n = \frac{1}{n}$ として計算されている。なお、都市人口と鉄道の乗降客数が比

例的であれば、各都市の乗降客数も図 III-4と同じ様相を呈している。

図 III-4



ここで距離のみを考慮すると、当然図形の中心部近くに人口が集まり、そこを通す鉄道ができることを物語っている。ちなみに、都市の形状が正方形の場合(図 III-5)と比較すると、都市の形状が円の場合(図 III-6)は、都市圏の間に空間ができ、新線における駅間の距離が均等に長くなる。また都市の形状が

正6角形の場合（図 III-7）は、都市圏の都市間に空間はできないが、新線は既線との間の角度は 60° となる。

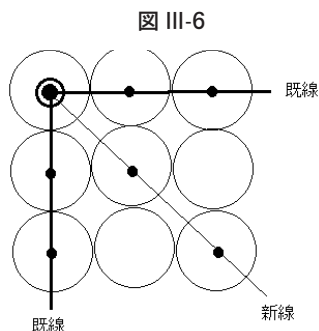
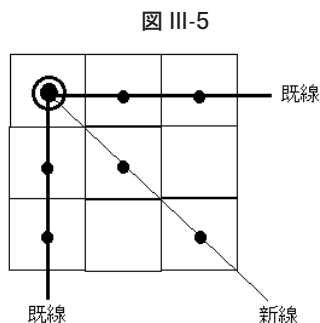
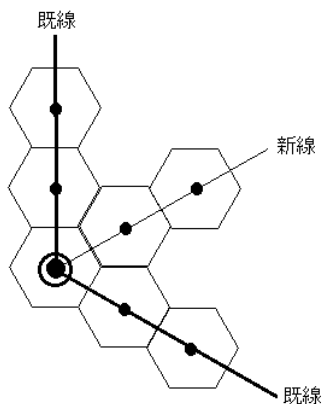


図 III-7



上記のモデルを通じて、都市が秩序ある配置をしていても鉄道の建設において、各駅の大きさが異なる場合があり、その場合であっても都市の数が偶数か奇数であるかによって秩序が異なってくることが示されている。

IV 単純化された Krugman モデルのシミュレーション

Krugman(1996) はポテンシャル理論にもとづいて都市が有する求心力と遠心力の差から都市における企業数の変化について考察している。これはエッジシティモデルと呼ばれ、中心地モデルとの関連において説明されている。なお、これについては、企業を人口に置き換えて Batty(2007,chap.1) によって簡単に説明されている。

ここでは、Krugman モデルの単純化において、時点を所与として都市 i の立地点から距離 d までのポテンシャルについて、各都市の人口を均一の1単位として、空間に存在する都市の人口変化率に着目すると、この仮定の下で求心力ポテンシャルと遠心力ポテンシャルは、

$$V_i^1 = K_1 \int_1^d \exp\{-\alpha x\} dx \quad (1)$$

および

$$V_i^2 = K_2 \int_1^d \exp\{-\beta x\} dx \quad (2)$$

で表される。ただし、 K_1 は都市 i の集積力¹⁸、 K_2 は都市 i の拡散力¹⁹、 α および β は距離に対する抵抗係数をそれぞれ示している。

ここで、求心力と遠心力の差から成る純ポテンシャルは、

$$V_i = V_i^1 - V_i^2 \quad (3)$$

で表される。

空間的な平均純ポテンシャルは、(3) 式から、

$$\bar{V} = \frac{V_i^1 - V_i^2}{d} \quad (4)$$

で表される。また、純ポテンシャルと平均純ポテンシャルとの差が都市 i における人口変化率に影響しているとする、その人口変化率は(1) 式～(4) 式を

用いて、

$$\lambda_i = (V_i^1 - V_i^2) \left(1 - \frac{1}{d}\right) = \{-K_1 \alpha (e^{-\alpha d} - e^{-\alpha}) + K_2 \beta (e^{d-\beta} - e^{-\beta})\} \left(1 - \frac{1}{d}\right) \quad (5)$$

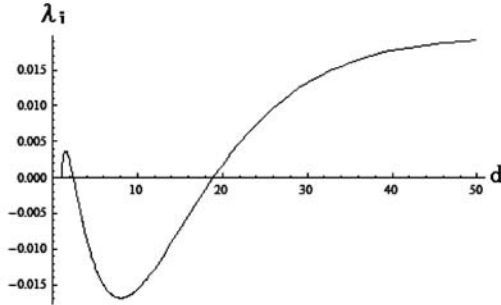
で表される。ただし、 λ_i は都市 i の人口変化率を示す。

ここで都市 i は地代が高い大都市であるために自動車を保有できず、交通手段は鉄道であり、逆に他の都市の交通手段は自動車であるとしよう。

図 IV-1 は、(5) 式を車の抵抗係数を $\alpha = 0.1$ 、鉄道の抵抗係数を $\beta = 0.2$ 、集積力を $K_1 = 2$ 、拡散力を $K_2 = 1$ および距離の範囲を $1 \leq d \leq 50$ で描かれている。

都市 i の人口変化率は、すぐ近くの都市に少しプラスに影響されるが、すぐにマイナスに影響され、そこから徐々に離れていく都市に対してプラスに影響されていく。

図 IV-1

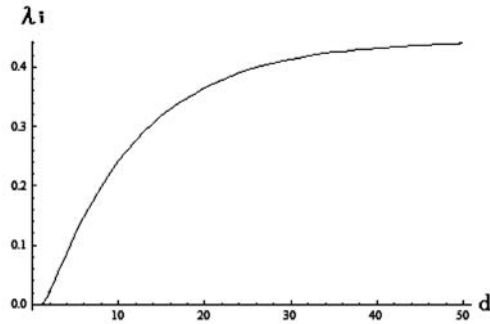


また、交通条件が同じ ($\alpha = \beta$) で、集積力と分散力が異なる場合は、

$$\lambda_i = (V_i^1 - V_i^2) \left(1 - \frac{1}{d}\right) = \{-\alpha (K_1 - K_2) (e^{-\alpha d} - e^{-\alpha})\} \left(1 - \frac{1}{d}\right) \quad (6)$$

で表される。図 IV-2 は、(6) 式を $\alpha = 0.1$ 、 $-\alpha (K_1 - K_2) = -5$ および $1 \leq d \leq 50$ で描かれている。これについては、交通条件が同じ場合、都市 i の人口変化率は、都市から離れる都市によって徐々にプラスに影響される。

図 IV-2



Krugman(1996) は上式の人口を企業に置き換えて、各立地の企業の変化率の合計が1になるように右辺に企業密度（または企業数）を乗じており、上式の係数に対してシミュレーション分析が試みられている。

V おわりに

本稿では、まず「べき乗則」としても知られているランク・サイズの法則をベースにして、移動人口と居住者を区別することから最大都市に移動人口が集中するケースと移動人口によって新たな都市が創出されるケース、移動人口が都市の居住人口に比例して吸収されるケースとのそれぞれの比較を通じて、都市の格差係数の範囲 ($0 < \alpha < 1$) を導いた。国家において移動人口が大都市圏の居住人口よりも大きい場合は、大都市圏における都市の規模格差は $1 < \alpha$ であることが分かった。さらに都市のランクの変化が企業地比率の大きさと非企業比率の大きさから成るモデルにランク・サイズモデルを応用することによって、ランクの平均変化率から最大都市の企業地比率と都市数との関係を導いた。つぎに都市の立地、ラテン方阵、駅との複雑性について考察した。移動人口と居住者を区別することから最大都市に移動人口が集中するケースと移動人口によって新たな都市が創出されるケース、移動人口が都市の居住人口に比例

して吸収されるケースとのそれぞれの比較を通じて、都市の格差係数の範囲 ($0 < \alpha < 1$) を導いた。一方、国家において移動人口が大都市圏の居住人口よりも大きい場合は、大都市圏における都市の規模格差は $1 < \alpha$ であることが分かった。さらに都市における企業地比率の大きさと非企業比率の大きさととの関係から、ランク・サイズモデルを応用することによって最大都市の企業地比率と都市数との関係を導いた。これらの分析結果を鑑みると、Buchanan (2000) が指摘しているように、歴史において多くの現象はべき乗則で説明できるのではないと思われる。

最後に Krugman のポテンシャルモデルを都市人口に応用して、当該都市の人口変化率が空間において影響を及ぼす都市との関係についてシミュレーション分析を試みた。その結果、交通手段に差が見られる場合、都市 i の人口変化率は、すぐ近くの都市に少しプラスに影響されるが、すぐにマイナスに影響され、そこから徐々にプラスの影響に転じていく。一方、交通手段に差が見られない場合については、例えば鉄道が比較的均等に整備されている東京都市圏の場合、都市 i の人口変化率は、都市から i 離れるにしたがって徐々にプラスに影響されていくことが分かった。

今後は、突然起こるであろう現象に対応する政策も考慮して、これらモデルの実証可能性を高めていくことが課題として残される。

謝辞

この場を借りて、本号は愛知大学経営総合科学研究所の紀要100回記念号であり、伝統の重さを感じる次第です。これも諸先輩方の積み重ねられた成果のおかげであり感謝申し上げます。

注

- 1 これについては、「相互作用をしている事象の集合から創出する現象」(Johnson(2009,pp.3-4)として捉えることができる。また Mitchell(2009、訳出 p.35)によると、複雑系とは「創発的で自己組織化する振る舞いをはっきりと示すシステム」として定義されている。自己組織化については、Kauffman(1995) および都甲・江崎・林・上田・西澤(2009年、第1章)を参照せよ。
- 2 これらのモデルについては、Isard(1956)によって説明されている。
- 3 経済立地モデルの多くは、神頭(2009)によって説明されている。
- 4 これについては、都市的公共財、商業施設などの立地による集積を含んでいる。
- 5 これについては、Zipf(1946)を参照せよ。
- 6 ここでは、人口を企業に置き換えてもかまわない。
- 7 これは、移動人口そのものが都市を創出する場合と移動人口に誘発された居住人口の移動も含まれた都市が創出する場合に分けられる。したがって、 $S < P_n$ である必要はない。
- 8 ここでは、人口を企業に置き換えてもかまわない。
- 9 これは、国家レベルではあるが総務省統計研修所(2013年、pp.30-32)にもとづいて計算されている。ただし、格差係数を比較する場合、サンプル数や相関係数によって推計結果を解釈する必要がある。
- 10 これは、都市面積に対する企業地の敷地面積の割合を示す。
- 11 これは、都市面積に対する企業地の敷地面積を除くすべての面積(住宅地面積および農地面積など)の割合を示す。
- 12 このモデルは、カオスを代表する May(1976)のロジスティック写像と呼ばれているモデルに近い。
- 13 建築面積(建物を真上から見たときの水平投影面積)を考慮すると、平成18年度の WWW.metro.tokyo.jp から東京特別区では事務所、専用商業施設、住商併用、宿泊遊興、スポーツ・興業の各施設の合計の割合は、全体の約20%である。さらに、工場や倉庫施設を加えたとしても全体の約30%である。
- 14 これは、企業の規模または企業数による集積の利益を生み出させるための係数を意味する。例えば、都心に存在する公共サービスのパワーとして捉えることもできる。
- 15 これは、自然数において行の総和と列の総和が等しくなるように配置された正方形のマトリクスを示す。この説明については、Aigner, and Zeigler(2001、訳出、第25章)および佐藤・一楽(2012年、第1章)を参照せよ。ラテン方阵は OD 表および産業連関表に近いも

のがある。

- 16 魔方陣は、内田（2004、第1章）によるとラテン方陣の水平、垂直の各総和の一致のみならず対角線上の総和も一致する正方形のマトリクスを示す。
- 17 例えば、最短で、なるべく多くの人がバスを利用して駅へ行くことが社会的費用の節約につながる。
- 18 Krugman(1996、p.102)では、表示は異なるが K_1 を the strength of the centripetal, agglomerative forces としている。
- 19 Krugman(1996、p.102)では、表示は異なるが K_2 を the strength of the dispersing, centrifugal forces としている。

参考文献

- Aigner, M. and G. M. Zeigler (2001) *Proofs from the Book*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (邦訳 蟹江幸博『天書の証明』丸善出版、2012年)
- Allen, P. M. (1997) *Cities and Regions as Self-Organizing Systems*, Taylor & Francis.
- Alonso, W. (1964) *Location and Land Use*, Harvard University Press.
- Batty, M. (2007) *Cities and Complexity*, The M.I.T Press.
- Buchanan, M. (2000) *Ubiquity*, Three Rivers Press, New York (邦訳 水谷 淳『歴史は「べき乗則」で動く』早川書房、2009年)
- Christaller, W. (1933) *Die zentralen Orte in Suddeutschland*, Gustav Fischer, Jena, 331S (邦訳 江沢譲爾『都市の立地と発展』大明堂、1969年)
- Hotelling, H. (1929) Stability in Competition, *Economic Journal*.
- Isard, W. (1956) *Location and Space-Economy*, The M.I.T.Press (監訳 木内信蔵『立地と空間経済』朝倉書店、1964)
- Johnson, N. (2007) *Simple Complexity*, Oneworld Publications (邦訳 阪本芳久『複雑で単純な世界』インターシフト、2011年)
- Kauffman, S. (1995) *At Home in the Universe: The Search for Laws of Self-Organization and Complexity*, Oxford University Press (監訳 米沢富美子『自己組織化と進化の理論 宇宙を貫く複雑系の法則』ちくま学芸文庫、2008年)
- Krugman, P. (1996) *The Self-Organizing Economy*, Blackwell (邦訳 北村行伸・妹尾美紀『自己組織化の経済学』東洋経済新報社、1997年)
- Lösch, A. (1940) *Die raumlich Ordnung der Wirtschaft*, Stuttgart: G.Fisher (邦訳 篠原泰三『経

- 『立地論』大明堂、1968年）
- May, R. M. (1976) Simple mathematical models with very complicated dynamics, *Nature*, 261: 459.
- Mitchell, M. (2009) *Complexity: A Guided Tour*, First Edition (邦訳－高橋 洋『ガイドツア－複雑系の世界』紀伊國屋書店、2011年)
- Prigogine, I. and I. Stengers (1984) *Order out of Chaos*, New York : Bantam Books (邦訳－伏見康治・伏見譲・松枝秀明『混沌からの秩序』みすず書房、1987年)
- Simon, H. (1955) On a Class of Skew Distribution Functions, *Biometrika*.
- Thünen, J. H. (1826) *Der Isolated Staat*, in Beziehung auf Landwirtschaft and Nationaleconomie (邦訳－近藤康男『孤立国』農村漁村文化協会、1974年)
- Zipf, G. K. (1946) The P_1P_2/D hypothesis on the Intercity Movement of Persons, *American Sociological Review* 11: pp.677-86.
- 内田伏一『魔法陣にみる数のしくみ』日本評論社、2004年
- 神頭広好『都市の空間経済立地論－立地モデルの理論と応用－』古今書院、2009年
- 神頭広好『都市化の集積経済効果と空間距離』愛知大学経営総合科学研究所叢書41、2013年
- 佐藤 肇・一楽重雄『幾何の魔術－魔方陣から現代数学へ 第3版』日本評論社、2012年
- 都甲 潔・江崎 秀・林 健司・上田哲男・西澤松彦『自己組織化とは何か 第2版』講談社、2009年

資料

総務省統計研修所編『世界の統計 2013』総務省統計局、2013年、pp.30-32