

〈研究ノート〉

## わが国3大都市圏における地域の 中心地点に関する幾何学的研究

神 頭 広 好

### I はじめに

本研究では、地理的空間の人口均一性及び交通条件の機会均等性と言った諸仮定のもとで、わが国3大都市圏<sup>1)</sup>における都市及び地域の中心(センター)<sup>2)</sup>地点位置が、いかなる空間的様相を呈しているかを考察する。従来から、この種の研究は、都市、地域経済学においてなされているが、主としてウェーバーモデル<sup>3)</sup>及びその拡張モデルが応用されている。他にも重力モデルやエントロピーモデルなどもあげられるが、ここで取り上げるVoronoi図については、都市計画及び都市工学の分野ほど応用されているケースは少ない。これは、各研究分野の性格上の違いがあるもののウェーバーモデルが社会的最適立地点を目指しているのに対して、Voronoi図は相対的に小区域を対象にして最もサービスを受けにくい地点を探ることを目的として利用されているからであろう。しかし、社会的最適立地点を導出した後、その立地点の影響範囲をVoronoi図によって調べることが可能となるため、両手法を併用する必要がある。そこで、ここでは後者に照準をあて、まずVoronoi図を理解するために、同図の幾何的特徴について把握する。その際、同図との関連において最近距離分布についても触れる。ついで、それらを整理しつつ、各大都市圏各地域の中心地点に関する位置的特性を探り、その位置的特性に関して3大都市圏間の比較を試みる。

## II 分析方法

### 1 Voronoi 図の概要

2つの座標軸上に  $n$  個の中心地点  $P_1, P_2, \dots, P_n$  が存在しているものとすれば,  $P_i$  に関する Voronoi 領域 (または Voronoi 多角形) は, 次のように定義される。

$$V(P_i) = \bigcap_{i \neq j} \{P \mid \text{dis}(P, P_i) < \text{dis}(P, P_j)\}$$

ただし,  $\text{dis}(P, P_i)$  は,  $P$  と  $P_i$  との直線距離 (一般にはユークリッド距離) を示しており,  $V(P_i)$  は,  $P_i$  に最も近い点集合 (多角形領域) を示している。

また,  $V(P_1), V(P_2), \dots, V(P_n)$  によって分割された平面は Voronoi 図 (または Thiessen 分割) と呼ばれている。さらに,  $P_i$  と  $P_j$  の垂直二等分線によって, 切られた半平面は,

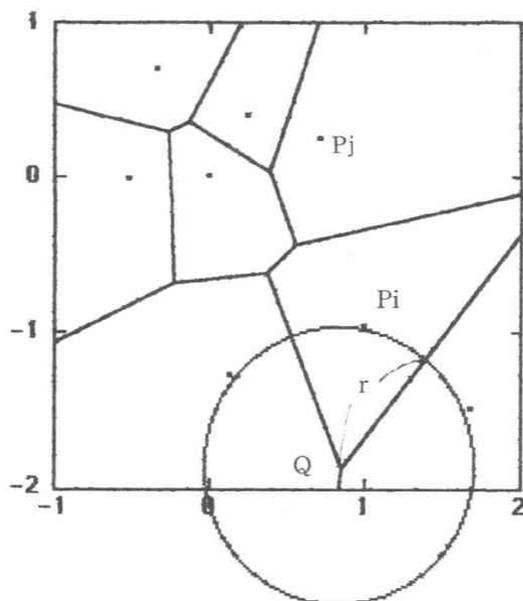
$$H(P_i, P_j) = \{P \mid \text{dis}(P, P_i) < \text{dis}(P, P_j)\}$$

と表され, この式を用いて以下の図 (立地点が8のケース) に示されているように各立地点に対して垂直二等分線を引くことで Voronoi 図が描かれる。

なお, Voronoi 図 (Thiessen Polygons) に関する新しいアルゴリズムの考え方については, Rhynsburger [1973] によって論じられている。

— Voronoi 図の性質 —

- (1) 中心地点  $P_i$  と最も近い中心地点  $P_j$  とは Voronoi 辺を共有しており,  $P_j$  が  $P_i$  の最近点であっても  $P_j$  の最近点が必ずしも  $P_i$  ではない。
- (2) Voronoi 領域内  $V(P_i)$  にあるいかなる点  $L$  を中心に半径  $\text{dis}(L, P_i)$  を描いても, この円内にどの中心地点も含まれない。



- (3) 各地点が凸状の形状領域に含まれていることが必要である。これは、無限辺が存在するためである。

## 2 Voronoi 図の都市政策への応用

ここでは、公共サービスの恩恵を受けにくい（アクセス距離が長い）地点に公共サービス施設を置くとしたらどこに置くべきかを考えてみよう。言い換えれば、これは  $P_1, P_2, \dots, P_n$  の  $n$  個の公共サービス施設のなかで最も近い施設への距離が最大となる立地点を考えるために、公共サービス施設立地点を含まない最も半径の大きい円（最大空円）を求めることによって、その円の中心地点を算出する問題となる。したがって、その空円の中心地点を Voronoi 辺に限定することによって、Voronoi 辺を構成しているどれかの Voronoi 点（上図における  $Q$ ）でその円の半径（上図にお

ける $r$ )は最大となる。ただし、行政地域を分析対象とする場合必ずしも凸形であるとは限らないため、厳密に立地点を算出することは難しい。

### Ⅲ Voronoi 図の 3 大都市圏地域中心座標点への応用

ここでは、Voronoi 図を用いて 3 大都市圏における各地域の中心地（センター）の勢力圏の地理的様相について分析する。なお、図 1 には、3 大都市圏別地域中心地立地点 Voronoi 図及び最近距離分布が描かれている。さらに、表 1 には、3 大都市圏別の最近距離統計が掲げられている。

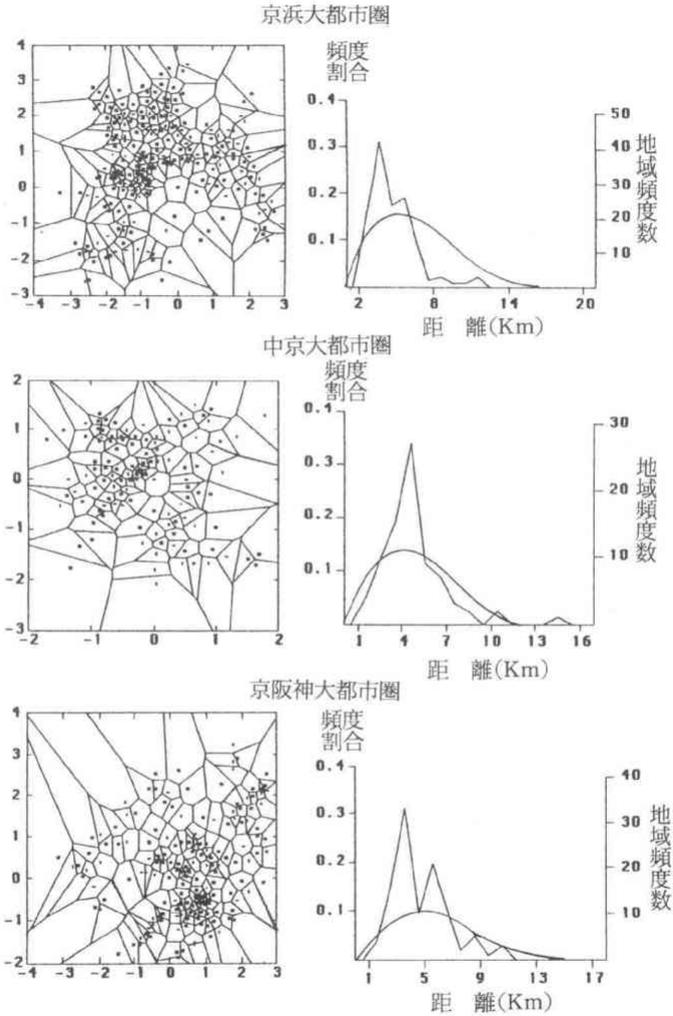
表 1 3 大都市圏における最近距離統計

	京浜大都市圏	中京大都市圏	京阪神大都市圏
地域数 (n)	206	116	167
面積 (A)	19600	8000	16800
総最近距離値	615	377	484
最近距離の平均値	4.556	4.708	4.563
最近距離モード	3.5	4.5	3.5
最近距離分散	3.352	4.452	3.801
最近距離標準偏差	1.831	2.131	1.95
平均最近距離 (R <sub>m</sub> )	2.985	3.25	2.898
立地点密度 (s)	0.011	0.02	0.01
ポアソン期待値 (R <sub>e</sub> )	4.854	4.167	5
最近隣測度 (R)	0.615	0.779	0.579

注 1) ここでの距離単位は km、したがって面積の単位については km<sup>2</sup> である。ただし、ここでの面積は、本研究上での面積を指す。

2) R は R<sub>m</sub> を R<sub>e</sub> で除した値である。ただし、R<sub>m</sub> は総最近距離値を n で除した値であり、R<sub>e</sub> は注 6) にもとづいて計算されている。

図1 3大都市圏別 Voronoi 図及び(最近距離, ポアソン)分布



注1) 左側の各 Voronoi 図における座標(0, 0)は, 各大都市圏の都心(京浜では旧都庁, 中京では愛知県庁, 京阪神では府庁)を指している。また, 右側の各分布図における「距離」は「最近距離」を示す。

2) 右側の各分布図において, 滑らかな線はポアソン分布を示している。

## 分析の結果

- (1) 図1から、最も地域頻度数の多い最近距離は、京浜大都市圏においては約3～4 Km、中京大都市圏においては約4～5 Km、京阪神大都市圏においては約3～4 Kmである。
- (2) 表1及び図1から、最近距離分布とポアソン分布<sup>4)</sup>は、3大都市圏共にほぼ形状的には近似的に見えるが、カイ二乗値については京浜において44.37 (21.95)、中京において37.38 (28.3)、京阪神においては33.15 (21.95)とそれぞれ計算された。ただし( )内の数値は有意水準0.5%のカイ二乗値を示している。したがって、この2つの分布が等しいという帰無仮説は、カイ二乗検定の結果3大都市圏共に0.5%有意水準において棄却された<sup>5)</sup>。また、最近隣測度( $R$ )<sup>6)</sup>の値については、中京大都市圏のそれが最も1に近く、次いで京浜大都市圏、京阪神大都市圏の順である。
- (3) 表1から、実際の最近距離の平均値については、3大都市圏共にほぼ4.6 Km位であり、細かくみると、京浜、京阪神、中京の順に大きくなっている。
- (4) 表1から、最近距離に関する分散及び標準偏差については、京浜、京阪神、中京の順に大きくなっている。

## 結果の考察

- (a) 上記(1)については、上記(3)及び(4)とも関連しており、行政区域形状との係わりもあるが、過去からの交通条件(または改善)の連続性によって、交通の便利な所に各地域のセンターが立地してきたことを示唆している。このことは、公共交通サービス水準(例えば、鉄道路線数及び鉄道駅数など)の規模が、京浜、京阪神、中京の順に小さくなっていることと関連している。

(b) 上記(2)については、最近距離の最頻度割合(確率)を若干低く見積ると、各大都市圏各地域におけるセンターの立地点が、ほぼ一様にランダムに分布している傾向を示していると言えよう。ただし、最近隣測度から中京大都市圏の各地域のセンター地点が最もランダムパターンに近い値を示しており、次いで京浜及び京阪神がほぼ同程度の値を示している。ただし、ここでは3大都市圏の形状を四角形(ほぼ正方形)に見立てて分析をしており、可住地面積及び地形の起伏を考慮した上で分析する必要がある。

#### IV おわりに

本研究ノートは、都市、地域経済学及び地理学等に Voronoi 図を応用していくための基礎を整理するために書かれたものである<sup>7)</sup>。ここでは、同図が各地域の中心地(センター)を市役所及び町村役場の立地点として各大都市圏の形状をほぼ正方形にみだてて描写された。その結果、各大都市圏における都市部の集積の大きさや交通条件の発展度合いが近隣距離と関係ありそうなことが考察された。また、中京大都市圏における地域中心地点が最もランダムパターンに近いと言った分析結果も得られた。したがって、今後これらの分析結果を踏まえつつ、筆者の研究領域である立地論のみならず都市化の空間的進行度やそれに関する情報伝達速度の研究に対して Voronoi 図の応用可能性を考えていく必要がある。さらに、現在の様な混沌とした社会において都市の政策を実施する際、複数の目的が存在するわけであるから、それらに対応したあらゆる分布形を考慮した分析手法を考えていかなければならない。

#### 注

- 1) ここでの3大都市圏は、昭和60年における総務庁統計局の設定基準に従っており、市、特別区、及び町村を対象にしている。なお、大都市圏の設定基準に関

する詳細については、「大都市圏の人口」昭和60年国勢調査摘要シリーズ、No. 2、総務庁統計局、p. 1を参照せよ。

- 2) ここの中心(センター)地点とは、都庁、県庁、府庁、市役所及び町村役場の各立地点を指す。このことは、これらの行政主体が、比較的交通の利便性が高く、商業集積地の近辺に立地しているケースが多いことから適当と考えられる。
- 3) 次式で示されているように、ウェーバーモデルは、もともと工業立地を対象としたもので、多数原料産地または多数市場からの総運送費を最小にする工場立地点を探し出すためのものである。

$$c = \sum_{i=1}^n w_i \sqrt{(x_i - x_m)^2 + (y_i - y_m)^2}$$

ただし、 $c$ : 総移動距離、 $w_i$  ウェイト (ex. 製品重量, 消費者数),  $(x_i, y_i)$ :  $i$  市場の座標,  $(x_m, y_m)$ : 総移動距離最小点座標

上式の  $c$  を最小にするために、上式を  $x_m$  及び  $y_m$  でそれぞれ偏微分して 0 と置くことによって、

$$x_m = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{w_i x_i}{d_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{d_i}}, \quad y_m = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{w_i y_i}{d_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{d_i}}$$

(ただし、 $d_i = \sqrt{(x_i - x_m)^2 + (y_i - y_m)^2}$ )

が導かれ、初期値 (例えば、重み付き重心座標) 及び収束基準値を設定して反復計算を行うことによって、 $x_m$  及び  $y_m$  が導出される。なお、重み付き重心座標  $(x_g, y_g)$  は、

$$c = \sum_{i=1}^n w_i [(x_i - x_g)^2 + (y_i - y_g)^2]$$

を最小にするために、 $x_g$  及び  $y_g$  で  $c$  を各々偏微分することによって各次式から求められる。

$$x_g = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad y_g = \frac{\sum_{i=1}^n w_i y_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

- 4) ここでは、最近距離に関するポアソン分布の考え方を以下に示す。

ポアソン分布は、点の分布が一様にランダムな代表的分布であるため、ここで面積  $A$  に含まれている  $n$  立地点のある確率を  $P(n, A)$  として、立地点の密度がマクロ的に  $s$  であるとして、次の諸仮定を設定する。

- (a)  $P(n, A)$  は面積  $A$  のみに依存する。  
 (b) 微小な面積  $dA$  において、 $P(1, dA) = sdA$  と表わされ、 $n$  が 1 より大き

いと  $P(n, dA) = 0$  と考えることができる。

- (c) 境界条件として、 $n < 0$  のとき  $P(n, x) = 0$ 、 $n$  が 0 でないならば  $P(n, 0) = 0$ 、 $n$  が 0 であるならば  $P(0, dA) = 1 - sdA$  が成り立ち、 $dA$  が限りなく 0 に近いことを仮定するならば  $P(0, 0) = 1$  である。

ここで、面積  $A$  を僅かに変化させた場合、次式で書き表わすことができる。

$$P(n, A+dA) = P(n, A)P(0, dA) + (n-1, A)P(1, dA) \\ + P(n-2, A)P(2, dA) + \dots + P(0, A)P(n, dA) + o(dA) \quad (1)$$

ただし、 $o(dA)$  は  $dA$  の高位の無限小を示している。

ところで、僅かな領域に少なくとも1つの立地点も存在しない確率は、

$$P(0, dA) = 1 - \{P(1, dA) + P(2, dA) + \dots + o(dA)\} \quad (2)$$

(2)式を(1)式に代入して、 $dA$  で除すると、

$$\frac{P(n, A+dA) - P(n, A)}{dA} = \frac{P(1, dA)}{dA} \{P(n, -1, A) - P(n, A)\} \\ + \frac{P(2, dA)}{dA} \{P(n-2, A) - P(n-1, A)\} + \dots + \frac{o(dA)}{dA}$$

が得られる。ここで、仮定(b)から上式の右辺の第2項目からは0であり、 $P(1, dA) = sdA$  であることから、次の微分方程式

$$\frac{dP(n, A)}{dA} = s \{P(n-1, A) - P(n, A)\} + \frac{o(dA)}{dA}$$

を得ることができる。また、仮定(c)から  $n = 0$  のときは  $P(-1, A) = 0$  であり、 $P(0, 0) = 1$  であるから、

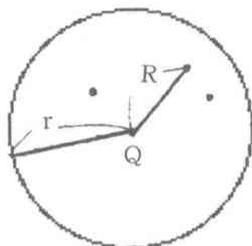
$$P(0, A) = e^{-sA}$$

が求められ、これを用いて順次計算することによって、

$$P(n, A) = \frac{(sA)^n}{n!} e^{-sA}$$

が導出される。したがって、この式から面積  $A$  の範囲にある立地点  $n$  個ある確率がポアソン分布に従っていることが分かる。ところで、次頁の図の立地点  $Q$  から最も近い立地点までの距離  $R$  が、 $0 < R < r$  である確率は、半径  $r$  以内に存在する立地点の数が 0 でない確率に等しい。

そこで、立地点  $Q$  から半径  $r$  以内に立地点が 1 つも存在しない確率を  $P(0, pr^2)$  とすると、



$$\int_0^r f(x) dx = 1 - P(0, \pi r^2)$$

ただし、 $f(x)$  は  $R$  の確率密度関数を示している。

さらに、上式を  $r$  で微分すると、

$$f(r) = -\frac{dp(0, \pi r^2)}{dr}$$

が求められ、 $P(0, A) = e^{-sA}$  から、

$$f(r) = 2s\pi r e^{-s\pi r^2}$$

が導かれる。その結果、表 1 から各大都市圏の  $s$  値をこの確率密度関数  $f(r)$  に代入することによって、各大都市圏の確率密度関数が導出される。なお、上記の導出過程に関する詳細については、Dacey (1964) 及び腰塚 (1986) 等を参照せよ。また、平易に説明されているものとしては、奥野 (1977) がある。

- 5) ここでは、頻度分布と確率分布とが適合しているかを調べるのに有効なカイ二乗検定を用いて分析を試みた。ただし、頻度分布(ヒストグラフ)を作成する場合、データ区間の幅 ( $w$ ) を決める必要があり、これによってカイ二乗値が違ってくことに注意を要する。なお、データ区間の幅 ( $w$ ) 及び区間の個数 ( $k$ ) を決めるのに際して、一般にスタージェスの公式 ( $w = (\text{データの範囲}) / (1 + \log(\text{データ数}))$ ) や  $k = (1.71)\sqrt[3]{(\text{データ数})}$  があり、最近では後者が使われる傾向にある。
- 6) この最近隣側度 ( $R$ ) (nearest neighbor measure) は、実際の平均最近距離値 ( $Rm$ ) をランダム分布を想定した場合の最近距離期待値 ( $Re$ ) で除した値を指す。ただし、平均最近距離値 ( $Rm$ ) は総最近距離値 ( $n$ ) で除した値であり、最近距離期待値 ( $Re$ ) は注 4) における確率密度関数  $f(r)$  から、

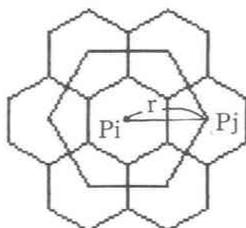
わが国3大都市圏における地域の中心地点に関する幾何学的研究

$$Re = \int_0^{\infty} 2s\pi r^2 e^{-s\pi r^2} dr = \frac{1}{2\sqrt{s}}$$

を用いて計算される。ついで、分散  $Rv$  は次式で示される。

$$Rv = \int_0^{\infty} 2s\pi r^2 e^{-s\pi r^2} dr - \{Re\}^2 = \frac{4-\pi}{4s\pi}$$

したがって、最近隣測度 ( $R$ ) が 0 に近ければ集塊パターンを、1 に近ければランダムパターンを、また、1 から離れていれば拡散パターンをそれぞれ意味している。ただし、 $R$  が 2.149 に近いほど立地点の分布が正六角形をとることが知られている。これについては、下図に示されている正六角形の立地分布を仮定して、最近隣距離を  $r$  とすると正六角形の面積 ( $A$ ) は  $A = \sqrt{3}r^2/2$  となり、 $r = \sqrt{2A}/\sqrt{3}$  と書き換えることができる。また、面積 ( $A$ ) の中には、立地点が一つしか存在しないために立地密度 ( $s$ ) は  $1/A$  であり、 $r = \sqrt{(2/(\sqrt{3}s))} = Rm$  となる。したがって、この  $Rm$  を上記の  $Re$  で除すことによって  $R = 2.149$  が得られる。



なお、この最近隣測度 ( $R$ ) の詳細については Clark and Evans (1954), Yeates (1968) 及び奥野 (1977) 等を参照せよ。

- 7) Voronoi 図の基礎を理解するための書物としては、例えば岡部・鈴木 [1992] などがある。

#### 参考文献

- Boots, B. N., "Contact Number Properties in the Study of Cellular Networks", *Geographical Analysis*, 1977, pp. 379-387.
- Clark, P. J and F. C., Evans, "Distance to Nearest Neighbor as a Measure of Spatial Relationships in Populations," *Ecology* vol. 35, 1954, pp. 445-453.
- Dacey, M. F., "Two-Dimensional Random Point Patterns: A Review and

- An Interpretation", *Papers of the Regional science Association*, 13, 1964, pp. 41-55.
- Rhynsburger, D., "Analytic Delineation of Thissen Polygons." *Geographical Analysis*, 5, 1973, pp. 133-44.
- Yeates, M. H., *An Introduction to Qualitative Analysis in Economic Geography*, McGraw-Hill Inc., 1968 (邦訳—高橋潤二郎『計量地理学序説』好学社, 1980)
- 岡部篤行・鈴木敦夫『最適配置の数理』朝倉書店, 1992
- 奥野隆史『計量地理学の基礎』大明堂, 1977
- 腰塚武志他『都市計画数理』朝倉書店, 1986