[論　説]

素数にもとづくランク 2 の観光施設の系における
相互作用としての情報効果

神　頭　広　好

Ⅰ　はじめに

自然科学の分野で、重力モデルと言えば万有引力の法則としてニュートンに淵源をもつが、社会科学系において空間の相互作用を扱った研究については、都市を対象にしているものが枚挙にいとまがない。基本的グラビティー理論は地域科学の創始者である Isard（1956）によって整理されており、地理学における空間的相互作用モデルは Willson（1967）に基礎が置かれている。

ランク・サイズモデルと空間的相互作用を関連付けて勢力圏として施設別に扱った研究としては、駅については神頭（2000）、竹内・神頭（2015）、都市については神頭（2013）、アウトレットモールについては石井・神頭（2016）がある。

ここでは、最も魅力のあるランク 1 の観光施設の情報のみならずランク 2 の観光施設の情報は、2 番目以降に創設された施設に情報として常に重要な役割を演じているように見える。ここでは、相加相乗不等式から導かれる相乗平均にもとづいた相互作用の考え方と素数の性質[1]を用いることによって、ランク 2 の施設の情報効果について分析する。

Ⅱ　観光施設間の相互作用における情報効果

ここでは、まず基本となる多数の観光施設における観光の予算を最小にするトリップ回数モデル[2]を説明する。ついでランク１の施設およびランク２の施設の相互作用がもたらす情報の効果について分析する。

モデルの構築に際し、以下の諸仮定が設定される。

(1) 単純化のために、全ての観光施設[3]における観光消費額および１回当たりトリップ費用は同じである。

(2) トリップ回数については、観光施設に関してランク・サイズルールが成立している。

(3) 家計は、一定期間において観光予算を最小にするように観光施設へのトリップ回数を決める。

これらの仮定のもとで、家計の観光予算は、

$$\begin{aligned} C &= kv_1+\frac{Q}{v_1}+kv_2+\frac{Q}{v_2}+\cdots+kv_n+\frac{Q}{v_n} \\ &= k(v_1+v_2+\cdots+v_n)+Q\left(\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\cdots\frac{1}{v_n}\right) \end{aligned} \tag{1}$$

で表される。ただし、C は家計の観光予算、k はトリップ当たり交通費、v_1 はランク１の観光施設へのトリップ回数、v_n はランク n の観光施設へのトリップ回数、Q は観光消費額をそれぞれ示す。

また、観光施設へのトリップ回数がランク・サイズルールに従っているとすると、

$$v_n=\frac{v_1}{n^{\alpha}} \tag{2}$$

で表される。ただし、α は観光トリップ回数の大きさに関する格差係数（以後、格差係数）を示す。

(2) 式を (1) 式へ代入すると、

$$C=kv_1\left(1+\frac{1}{2^{\alpha}}+\frac{1}{3^{\alpha}}+\cdots\frac{1}{n^{\alpha}}\right)+\frac{Q}{v_1}\left(1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\cdots+n^{\alpha}\right) \tag{3}$$

で表される。ここで、観光予算を少なくするために n 個の観光施設の中で、最もよく行く観光施設（ランク１の施設）へのトリップ回数を最小にすることを考えよう。

したがって、観光費用最小化の条件は、

$$\frac{dC}{dv_1}=k\left(1+\frac{1}{2^{\alpha}}+\frac{1}{3^{\alpha}}+\cdots\frac{1}{n^{\alpha}}\right)+\frac{Q}{v_1^2}\left(1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\cdots+n^{\alpha}\right)=0 \tag{4}$$

であることから、

$$v_1^2=\frac{Q\left(1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\cdots+n^{\alpha}\right)}{k\left(1+\frac{1}{2^{\alpha}}+\frac{1}{3^{\alpha}}+\cdots\frac{1}{n^{\alpha}}\right)} \tag{5}$$

が導かれる。(5) 式から、ランク１の観光施設への最適トリップ数は、

$$v_1=\sqrt{\frac{Q\left(1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\cdots+n^{\alpha}\right)}{k\left(1+\frac{1}{2^{\alpha}}+\frac{1}{3^{\alpha}}+\cdots\frac{1}{n^{\alpha}}\right)}} \tag{6}$$

である。

ここで、(6) 式の右辺の括弧の式に着目して、

$$\frac{A}{B}=\frac{\left(1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\cdots+n^{\alpha}\right)}{\left(1+\frac{1}{2^{\alpha}}+\frac{1}{3^{\alpha}}+\cdots+\frac{1}{n^{\alpha}}\right)} \tag{7}$$

とおくと、消費者の観点から、施設情報の意味づけにおいて、以下の２つのケースが考えられる。

ここでの相互作用とは必要な情報のみが交換されるという意味において、さらに、ランクの積を重視することから、基本的には相加相乗平均の不等式から導かれる相乗平均を意味する。

ケースａ：施設の立地順位が施設の魅力の順位を示しており、最新の施設が最も多くの情報を有しているケースである[4]。ここでは各施設の情報は n^{α} で示される。ちなみにαは系の特徴を示している格差係数である。この場合、情報の相互作用は最も魅力のあるランク１の施設への回数を減らす効果がある。ただし、(7) 式の B は一定である。

このケースにおいて、

$$1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\cdots+n^{\alpha} \geq n\sqrt[n]{(n!)^{\alpha}} \tag{8}$$

から、１つの基準として、情報の相互作用 $\hat{A}$ は、

$$\hat{A} = n\sqrt[n]{(n!)^{\alpha}} \tag{9}$$

である。

(8) 式および (6) 式から、

$$v_1 = \sqrt{\frac{Q\,(1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\cdots+n^{\alpha})}{k\,(1+\frac{1}{2^{\alpha}}+\frac{1}{3^{\alpha}}+\cdots+\frac{1}{n^{\alpha}})}} \geq \sqrt{\frac{Qn\sqrt[n]{(1\cdot 2\cdot 3\cdots n)^{\alpha}}}{k\,(1+\frac{1}{2^{\alpha}}+\frac{1}{3^{\alpha}}+\cdots+\frac{1}{n^{\alpha}})}} \tag{10}$$

が導かれる。ここでトリップ回数を最小にする１つの基準として、情報の相互作用にもとづくランク１の施設へ行く回数は、

$$\tilde{v}_1 = \sqrt{\frac{Qn\sqrt[n]{(n!)^{\alpha}}}{k\,(1+\frac{1}{2^{\alpha}}+\frac{1}{3^{\alpha}}+\cdots+\frac{1}{n^{\alpha}})}} \tag{11}$$

で表される。ここで (11) 式において、施設がかなり多数ある場合を考慮すると、分子の（　）内の $n!$ はスターリングの公式[5]によって書き換えられ、分母の（　）内はリーマンのゼータ関数[6]によって書き換えられる。したがって (11) 式は、

$$\tilde{v}_1 = \sqrt{\frac{Qn^n \sqrt{\left(\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n\right)^{\alpha}}}{k\,\zeta(\alpha)}} \tag{12}$$

で表される。ただし、リーマンのゼータ関数[7]は$\zeta(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$ である。

ここでの消費者は、各施設の情報の相互作用[8]から生じる情報の分散によって、ランク１の施設へのトリップを控えるようになることを物語っている。ここで、年間のトリップ回数が決まっているとすれば、トリップ回数が減少することは系において各施設へのトリップ格差が小さくなることを意味する。

ケースｂ：施設の立地順位に関わりなく、最も魅力のあるランク１の施設が最も多くの情報を有しており、ランクが下がるごとに順次情報量が少なくなっていくケースである。ここではランク n の施設の情報は $\frac{1}{n^{\alpha}}$ で示される。この場合、当然ながら情報の相互作用は最も魅力のあるランク１の施設への回数を増やす効果がある。これについて、(10) 式の第２項目の分母から相互作用を導くと、

$$1 + \frac{1}{2^{\alpha}} + \frac{1}{3^{\alpha}} + \cdots + \frac{1}{n^{\alpha}} \geq n^n\sqrt{\frac{1}{(n!)^{\alpha}}} \tag{13}$$

から、(13) 式の右辺を１つの基準として、情報の相互作用 $\hat{B}$ は、

$$\hat{B} = n^n\sqrt{\frac{1}{(n!)^{\alpha}}} \tag{14}$$

である。それゆえ、ランク１の施設へのトリップ回数は、

$$\tilde{v}_1 = \sqrt{\frac{Q(1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\cdots+n^{\alpha})}{kn^n\sqrt{\frac{1}{(n!)^{\alpha}}}}} \geq v_1 = \sqrt{\frac{Q(1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\cdots+n^{\alpha})}{k\left(1+\frac{1}{2^{\alpha}}+\frac{1}{3^{\alpha}}+\cdots+\frac{1}{n^{\alpha}}\right)}} \tag{15}$$

となる。

ここでの消費者は、情報の相互作用によって、情報が最も多い、最も魅力あるランク１の施設へのトリップ回数を増やすことを示している。ここで、年間

のトリップ回数が決まっているとすれば、施設へのトリップ格差が大きくなることを示唆している。

ちなみに、両方の情報の相互作用が存在する場合のランク1の施設へ行く回数は、

$$V_1 = \sqrt{\frac{Q\hat{A}}{k\hat{B}}} = \sqrt{\frac{Qn^n\sqrt{(n!)^\alpha}}{kn^n\sqrt{\frac{1}{(n!)^\alpha}}}} = \sqrt{\frac{Q}{k}(n!)^{\frac{2\alpha}{n}}} \tag{16}$$

である。計算を簡単化するために、(16) 式にスターリングの公式をあてはめると、

$$V_1 = \sqrt{\frac{Q}{k}\left(\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n\right)^{\frac{2\alpha}{n}}} \tag{17}$$

で表される。

図1は (17) 式を、$\frac{Q}{k}=1$、$\alpha=1$、$\alpha=2$、$1\leq n\leq 20$ で描かれている。図1には伝統にもとづくランク n 施設の情報 ($\frac{1}{n^\alpha}$) と新規施設の情報 (n^α) がそ

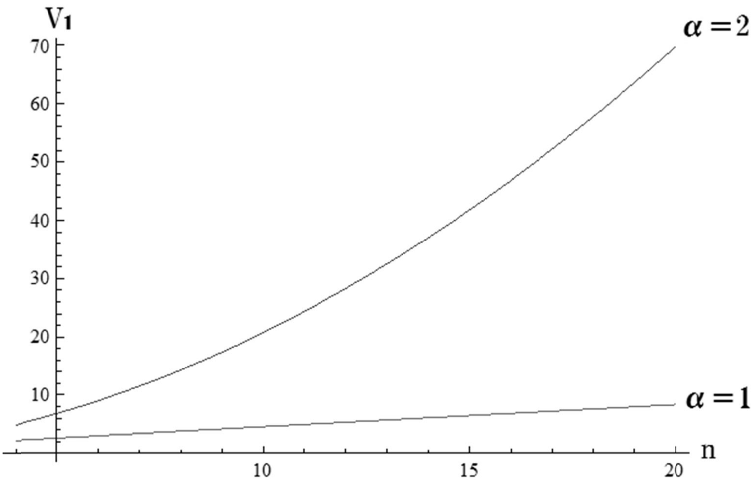

図1

れぞれ相互に作用しているとすれば、ランク1へのトリップ回数は、施設数に応じて大きくなっていくことが示されている。なお、格差がある方が、ランク1の施設へのトリップ回数が急に増加する。これについては、新規企業の情報による相互作用は施設数が多いほど大きくなり、伝統ある企業の情報による相互作用を上回っていることを意味する。

1．系におけるランク2の施設の情報効果

ここでは、ケースaを踏まえ、観光施設の数を意味するランクが系の情報を持ち、それぞれの施設の情報が相互に作用していると考えると、(7) 式の分子 A を小さくすることで、さらにランク1の観光施設へのトリップ回数を減らすことは可能である。すべての観光施設間の情報等の相互作用が存在すると考えるならば、それによって括弧内の数値を最小にすることができる[9]。これは、観光施設の立地順位によって、施設の数と施設が有する情報が比例しているとすれば、ランクが小さい施設ほど経営努力をするために多くの情報量を有していることが考えられる。ただし、この段階では伝統の力を越えようとする経営努力が必要となる。

そこで、ここでの相互作用はランクの相乗効果が関わっているとして、相加・相乗平均の不等式を応用していることから、

$$1+2^{\alpha}+3^{\alpha}+\cdots+n^{\alpha} \geq n \sqrt[n]{(n!)^{\alpha}} \tag{18}$$

で表される[10]。((8) 式と同様) ただし、(18) 式の等号は $n=1$ または $\alpha=0$ で成立するために、(18) 式の右辺は最小に近い値 (基準値) を示していると考える。したがって、相乗平均を系における施設の相互作用の大きさとすれば、それは、1つの基準として、

$$F_n = n \sqrt[n]{(n!)^{\alpha}} = n\,(1\times2\times\cdots\times n)^{\frac{\alpha}{n}} \tag{19}$$

で表される。ただし、(19) 式については、この逆数になるだけで上記のケー

スｂにおいても同じ解釈ができることに注意を要する。なお、(19) 式を意味づけるならば (19) 式の第３項において n が乗じられているのは、系における集積の規模をあらわしており、指数にあたる $\frac{\alpha}{n}$ は系における魅力の格差を施設の数で分け合っていることを示唆している。さらに、空間距離は均等に１単位であるか、情報が瞬時得られるインターネット等を考慮すると、系において無視するほど小さいことが仮定される。

つぎに、ランク２の施設の情報が他のすべての施設の情報と相互作用しているとすると、すべての自然数は、素数の積から成り立っているので、２という数字は階乗の計算の中に必ず表れる数字である。ここでは、例えば $1\times2\times3\times4\times5=2^3\times3\times5$ であるために、2^3 の指数にあたる３がランク２の施設の相互作用のウェイトからなる情報の貢献度とみなされる。(これについては、表３を参照)

そこで、(19) 式の $F_n = n\sqrt[n]{(n!)^{\alpha}}$ から抜き出されたランク２の施設の情報効果 S は、

$$S = n\sqrt[n]{(2^{\beta})^{\alpha}} \tag{20}$$

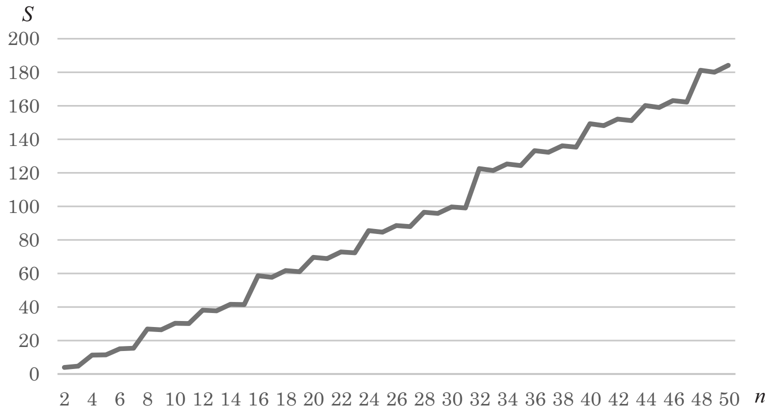

図２　ランク２の情報効果

で表される。

なお、表 1 から図 2 にはα＝2 として、$n^{n}\sqrt{(\overline{2^{\beta}})^{2}}$ が施設の数を 50 までとして描かれている。図 2 から、ランク 2 の施設の情報効果は施設数が増えるにつれて大きくなっていく。ちなみに、その情報は、施設数が 15 から 16、31 から 32、47 から 48 のときに飛躍的に大きくなる傾向がある。それぞれ 15 の間隔である。

つぎに、ランク 2 の観光施設の平均情報効果は（20）式から、

$$\bar{S}=\sqrt[n]{(\overline{2^{\beta}})^{\alpha}} \tag{21}$$

で表される。

なお、表 1 の数値にもとづいて図 3 にはα＝2 として、$\sqrt[n]{(\overline{2^{\beta}})^{2}}$ が施設の数を 50 までが描かれている。図 3 から、ランク 2 の施設の平均情報効果は、4 に近づくのが分かる。これについては、表 1 からβ≈n－γとして、2 の累乗数βは施設数 n に比較的近い値であるため、γは n に対して小さい値である。ちなみに表 1 から施設数 50 の範囲においては、1≦γ≦5 である。

したがって、$\bar{S}=(2^{\beta})^{\frac{2}{n}}=(2^{n-\gamma})^{\frac{2}{n}}=4^{1-\frac{\gamma}{n}}$ であることから、$n\to\infty$ ならば $4^{1-\frac{\gamma}{n}}\to$

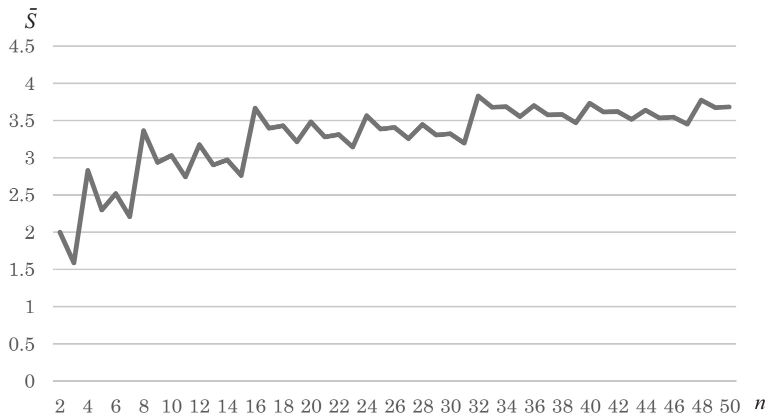

図 3　ランク 2 の平均情報効果

表 1

施設数	基本偶数	ランク 2 の情報効果	ランク 2 の平均情報効果	施設数	基本偶数	ランク 2 の情報効果	ランク 2 の平均情報効果
2	2	3.998	1.999	27	2	87.966	3.258
3	2	4.764	1.588	28	2	96.544	3.448
4	2	11.316	2.829	29	2	95.845	3.305
5	2	11.49	2.298	30	2	99.69	3.323
6	2	15.114	2.519	31	2	99.107	3.197
7	2	15.456	2.208	32	2	122.56	3.83
8	2	26.912	3.364	33	2	121.407	3.679
9	2	26.442	2.938	34	2	125.324	3.686
10	2	30.31	3.031	35	2	124.355	3.553
11	2	30.162	2.742	36	2	133.272	3.702
12	2	38.112	3.176	37	2	132.312	3.576
13	2	37.752	2.904	38	2	136.154	3.583
14	2	41.608	2.972	39	2	135.369	3.471
15	2	41.43	2.762	40	2	149.32	3.733
16	2	58.672	3.667	41	2	148.174	3.614
17	2	57.749	3.397	42	2	152.082	3.621
18	2	61.74	3.43	43	2	151.188	3.516
19	2	61.085	3.215	44	2	160.16	3.64
20	2	69.64	3.482	45	2	159.03	3.534
21	2	68.88	3.28	46	2	163.116	3.546
22	2	72.864	3.312	47	2	162.244	3.452
23	2	72.312	3.144	48	2	181.2	3.775
24	2	85.56	3.565	49	2	180.075	3.675
25	2	84.65	3.386	50	2	184.15	3.683
26	2	88.608	3.408				

4 である。ところで 2 以外の素数については、$1 \leq n \leq 50$ ではγは n に対して小さい値と言えない結果であった。

上記の分析結果に鑑み、観光施設が多い場合、施設間に格差がある（αが大きい）ほどランク 2 の施設の情報の効果は 2 の累乗で増えていくことが分かる。すなわち、2 の情報の貢献度はα＝3 のときは 8、α＝4 のときは 16 である。図 3 の特徴としては、波形は奇数から偶数の 5 期ごとに同形であるが、これを繰り返しながら 4 の近くに収束している。また、偶数の施設数よりも奇数の施設数の方が、相互作用からくる情報効果は小さいが、施設数が多くなるとその変化は解消されていくことを示唆している。

ここで、施設数が増えると、情報効果は比例的に増えるが、平均情報効果は収束していくことは、たいへん興味深い結果であった。

さらに、素数 1、2、3、5、7 の各ランクの観光施設の情報の貢献度については、各素数の累乗を示しており、図 4 および表 2 に示されている。ただし、1 についてはすべての施設に影響していることから、ここでは 1 の累乗は施設数とする。

図 4 から、他のランクの観光施設と比べ、ランク 1 とランク 2 の施設の情報貢献度は大きく、施設数が増えるにつれて同じくらいより大きくなっていくこ

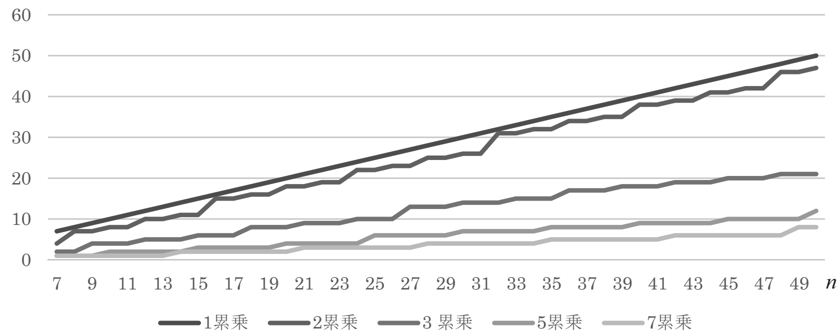

図 4　素数（1、2、3、5、7）の情報の貢献度

とから、２つの施設の情報の貢献度は系における施設の中でも重要な役割を演じている。すなわち、最も魅力あるランク１の観光施設とランク２の観光施設の情報の貢献度は、施設が多くなるほど大きくなることを示している。一方、ランク４およびランク５の情報の貢献度は施設数が増えてもそれほど大きくはならず、その差も小さい。

表 2

施設数	1 累乗	2 累乗	3 累乗	5 累乗	7 累乗	施設数	1 累乗	2 累乗	3 累乗	5 累乗	7 累乗
7	7	4	2	1	1	29	29	25	13	6	4
8	8	7	2	1	1	30	30	26	14	7	4
9	9	7	4	1	1	31	31	26	14	7	4
10	10	8	4	2	1	32	32	31	14	7	4
11	11	8	4	2	1	33	33	31	15	7	4
12	12	10	5	2	1	34	34	32	15	7	4
13	13	10	5	2	1	35	35	32	15	8	5
14	14	11	5	2	2	36	36	34	17	8	5
15	15	11	6	3	2	37	37	34	17	8	5
16	16	15	6	3	2	38	38	35	17	8	5
17	17	15	6	3	2	39	39	35	18	8	5
18	18	16	8	3	2	40	40	38	18	9	5
19	19	16	8	3	2	41	41	38	18	9	5
20	20	18	8	4	2	42	42	39	19	9	6
21	21	18	9	4	3	43	43	39	19	9	6
22	22	19	9	4	3	44	44	41	19	9	6
23	23	19	9	4	3	45	45	41	20	10	6
24	24	22	10	4	3	46	46	42	20	10	6
25	25	22	10	6	3	47	47	42	20	10	6
26	26	23	10	6	3	48	48	46	21	10	6
27	27	23	13	6	3	49	49	46	21	10	8
28	28	25	13	6	4	50	50	47	21	12	8

III　情報の相互作用なしの観光施設におけるランク 2 の情報の貢献度

ここでは、相互作用に関わりがない場合、施設の情報において、ランク 2 の施設の貢献度は 2 の墨乗数で示されると考える[11]。例えば、施設が 20 の場合は、2^2×5＝20 であることから指数の部分の 2 が累乗数となる。

表 3 にもとづいて図 5 には、ランクでもある施設数は 10 から 500 まで 10 間隔で描かれている。とりわけ、ランク 160 の施設およびランク 480 の施設がランク 2 の施設の貢献度が 5 と大きく、ついでランク 80、ランク 240、ランク 320、ランク 400 の各 4 つの施設の貢献度が 4 と大きい。つぎにランク 40、ランク 120、ランク 200、ランク 280、ランク 360 の各 5 つの施設の貢献度が 3 となる。これらの法則性を知るためには、無限に近い施設数について分析する必要がある。

表 3

施設数	2 の累乗	施設数	2 の累乗	施設数	2 の累乗	施設数	2 の累乗
10	1	140	2	270	1	400	4
20	2	150	1	280	3	410	1
30	1	160	5	290	1	420	2
40	3	170	1	300	2	430	1
50	1	180	2	310	1	440	2
60	2	190	1	320	4	450	1
70	1	200	3	330	1	460	2
80	4	210	1	340	2	470	1
90	1	220	2	350	1	480	5
100	2	230	1	360	3	490	1
110	1	240	4	370	1	500	2
120	3	250	1	380	2		
130	1	260	2	390	1		

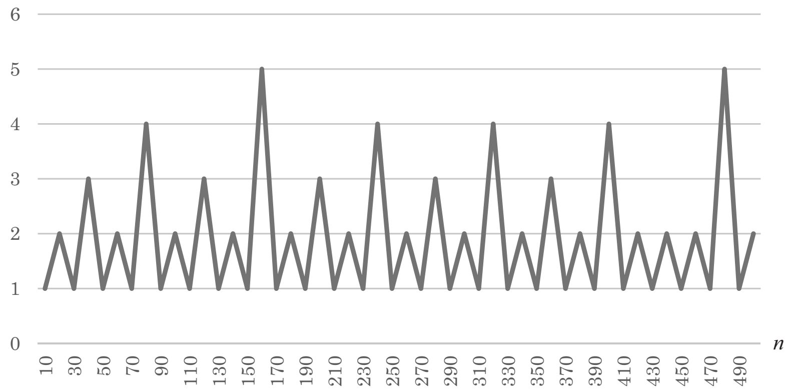

図5　ランク2の情報の貢献度（2の累乗数）

Ⅳ　おわりに

ここでは、まず観光施設へのトリップ回数モデルに関して、伝統とランクが比例する場合で、新規（ランク n）の施設が最も多くの情報を有しているケースおよび人気のある施設が情報を有しているケースについてモデル構築を試みた。いずれの場合もランク1の施設はトリップ回数において最も魅力のある施設には変わりない。ついでランク2の観光施設の情報の効果を調べるために、ここで導かれるランク1の観光施設へのトリップ回数モデルから、施設が有する情報の相互作用によって施設へのトリップ回数に影響をもたらすことで、そこでのランク2の施設の情報の効果と貢献度について調べるために2の塁乗数を計算した。その結果、他のランクの施設と比較してランク1の観光施設およびランク2の観光施設の相互作用としての情報効果は、施設数が多くなるほど目に見えて高くなること、さらにランク2の観光施設の情報効果は、施設数が増えるにつれて大きくなり、観光施設間の情報の格差が大きいほど大きくなることが分かった。これは、伝統的、新規の施設順位に関わらず人気がある第1、第2の施設の情報の影響が強いことを示唆している。

最後に、情報の相互作用に関わりない場合のランク 2 の情報の貢献度については、ほとんど数学の世界であり、自然数に対して 2 の累乗数に法則性があるかという難問に取り組むことになるために、ここでは単なる現象にとどめておく。

今後は、観光施設の魅力におけるランクと歴史とのつながりにおいて、本モデルの有効性について分析していく必要がある。

注

1　素数は、1 または自らの数でしか除することができない唯一の情報であることにもとづいている。

2　このモデルについては、石井・神頭（2016、第 2 章）にもとづいている。

3　ここでの観光施設は、一般に年に何回か訪れているアウトレットモールや温泉などがイメージし易い。

4　ここでは、単に相加平均の情報による極端な値を避けるという意味で、相乗（幾何）平均を用いているという考え方でも構わない。

5　これについては、小野田（2014、pp. 191-192）を参照せよ。

6　これについては、中村（2015）を参照せよ。

7　この関数については、中村（2015）によって平易に説明されている。

8　例えば、各施設の情報が同時に伝えられるか、施設情報がお互いの季節や地域特性において共通の情報が共有されているかなどが挙げられる。

9　たとえ、分母の括弧内の式を踏まえたとしてもそれは施設とともに徐々に増加するからである。

10　これについては、調査時点によって施設のランクが異なる場合があり、n 番目の観光施設が有している情報量が多いというわけではないが、観光施設等の情報相互作用としての施設情報や訪問経験による情報によってもたらされる買い物の相乗効果とみなすことができる。このことは、実際よりも買い物の節約によって各施設へのトリップ回数が少なることを間接的に示唆している。この考え方は、神頭（2013）にもとづいている。

11　なお、ランク 1 の施設の情報については、1 は何乗しても 1 であるためにこの考え方は成り立たないことに注意を要する。

参考文献

DiPasquale, D. and W. C. Wheaton (1996) *Urban Economics and Real Estate Markets,*

Prentice-Hall（共訳一瀬古美喜・黒田達朗『都市と不動産の経済学』創文社、2001年)
Manfrino, R. B., Ortega, J. A. G. and R. V. Delgado (2009) *Inequalities-A Mathematical Olympiad Approach,* Birkhauser Basel（邦訳－佐藤淳郎『美しい不等式の世界－数学オリンピックの問題を題材として－』朝倉書店、2013年)
Willson, A. G. (1967) A Statistical Theory of Spatial Distribution Models, *Transportation Research,* 1, pp. 253-269.
石井里枝・神頭広好（2016)『日本におけるアウトレットモールの空間分析』愛知大学経営総合科学研究所叢書47、愛知大学経営総合科学研究所
大野清太（2012)『数学のかんどころ9 不等式』共立出版
小野田博一（2014)『数学超絶難問』日本実業出版社
神頭広好（2000)『駅の空間経済分析－3大都市圏の主要鉄道を対象にして－』古今書院
神頭広好（2013)『都市化の集積経済効果と空間距離』愛知大学経営総合科学研究所叢書41、愛知大学経営総合科学研究所
中村　亨（2015)『リーマン予想とは何か』講談社
竹内啓仁・神頭広好（2015)「大都市圏における駅勢圏の空間的構造」『地域学研究』第45巻第1号