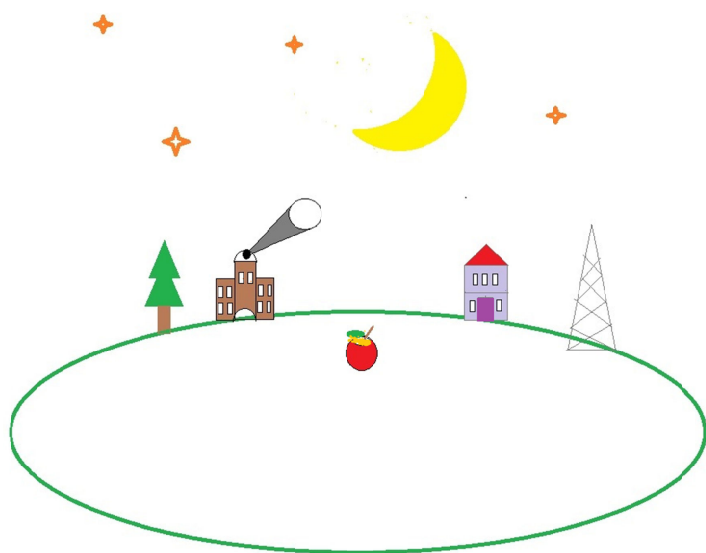


宇宙物理学の都市空間への応用

神頭広好 著



Urban Space based on Space Physics

Hiroyoshi Kozu
Aichi University

2016
Institute of Managerial Research
Aichi University

はしがき

第1章では、何気なく使っていたニュートンの重力モデルではあるが、万有引力の法則を見極めるつもりで記述されている。

第2章では、第1章の重力モデルのプロセスを追っていく中で、遠心力と引力との関係から衛星都市圏を導くための方法を導き、それを東京および名古屋に適用している。また、豊田工業衛星都市圏およびわが国の3大レジャー施設のリピート圏について分析している。さらに、アインシュタインの重力モデルや相対性モデルの大都市圏の応用可能性について触れている。

第3章では、観光施設への最小費用モデルから導かれるランク1施設へのトリップ回数モデルに施設間の情報による相互作用としての調和・相加相乗不等式が応用されている。さらに、2つの系が存在する場合、ランク・サイズルールのもとで初期（または最小）の必要施設数がチェビシェフの不等式によって導かれる。

人間の活動は、物体の活動と違い、感情が存在するために行動パターンが多数あるように見えるが、経済学や経営学でも効用を最大化する消費者は代表者として行動している。人間は個人の生き方を貫こうとするが、一方では魅力のある対象に引き付けられる。これは慣性の法則と引力の法則が働いている世界に、われわれが生きている証ではないかと考える。

以下では、監修・編訳 志村史夫（2016）『アインシュタイン人生を変える言葉 101』宝島社から印象に残ったものを「抜粋」しました。

「疑問を持ち続けることが大切です。好奇心はそれ自体に存在理由があるからです。」

- ・好奇心は人生を変えるほどのパワーを持っています。

「想像力は知識よりも重要です。知識には限界がありますが、想像力は世界を包み込むことさえできるからです」

- 独創的な研究の重要性を指摘しています。

「好きだという気持ちは、義務感よりもよい教師になります。」

- 自分の好きな学問は、たのしく教えることができるということでしょう。

「わたしは誰にも何も求めないので幸せでいられます。お金には関心がありません。勲章も、肩書きも、名誉も、わたしには何の意味もありません。」

- 最も感動した言葉です。

「いままでに一度も失敗したことのない人は、新しいことに一度もチャレンジしたことがない人です。」

- 研究することはチャレンジすることです。

「わたしが学ぼうとするのを邪魔する唯一のものは、わたしが受けた教育です。」

- 自分に興味のないものをやらされるのは苦痛です。遠回りでも好きなことをやってきた思い出に浸っています。

「野心や虚栄心にとりつかれないように。業績を求めず、対象へ愛を向けるように。それが本当のやりがい、価値ある何かをもたらしてくれるのです。」

- このような生き方をする人をみていると気持ちがよいものです。

「一見してばかげていないアイデアは、見込みがありません。」

- この叢書に関して救われる言葉です。

2016年9月26日

著者しるす

宇宙物理学の都市空間への応用

Urban Space based on Space Physics

目 次

第1章：ニュートンの重力モデルに関する研究	1
I はじめに	
II ケプラーの法則から万有引力の法則へ	
III おわりに	
第2章：宇宙物理学にもとづく衛星都市圏モデルとその応用	11
I はじめに	
II 宇宙物理学にもとづく衛星都市圏モデル	
III 衛星都市圏モデルの応用	
IV 3大レジャー施設の地元の確実なりピート圏	
V アインシュタインの重力モデルによる衛星都市圏	
VI アインシュタインの相対性モデルと都市的アメニティの開発速度	
VII おわりに	
第3章：ランク・サイズルールにもとづく観光施設の魅力	39
I はじめに	
II ランク・サイズルールにもとづく観光施設への最適トリップ回数	
III ランク・サイズルールにもとづく魅力の相互作用	
IV チェビシェフの不等式とランク・サイズルールにもとづく初期に おける施設の数	
V おわりに	

(表紙は筆者によって描かれている)

第1章 ニュートンの重力モデルに関する研究

I はじめに

地域科学において頻繁に利用されてきたニュートンの重力（または引力）モデルであるが、このモデルを万有引力の法則として、あたりまえのように商圈、駅勢圏を含む大都市圏の研究に応用してきた。主に質量を都市人口に置き換えた場合の都市間の距離の二乗について疑問視することがなかった。これについては、都市の人口と距離との関係やランク・サイズモデルにおいても距離や距離とみなせるランクについて推計すると、距離の指数は1から2の間か2の周辺の値が推計されていたこと、さらに、ハフの確率モデルにおいては、調査データからの推計を除けば、距離の指数にあたるパラメータは2として計算されている場合が多いことなどによると考えている。

一般にニュートンの重力モデルは、

$$F = G \frac{mM}{r^2} \quad (1)$$

で表される。ただし、 F は重力（または引力）、 G は係数、 m および M は物質の質量¹、 r は物質間の距離をそれぞれ示す。

なお、地域科学においての重力モデルは物質の質量は、都市の人口に置き換えて分析されることが多い²。

本研究では距離の二乗を明らかにするために、ガリレオによる慣性の法則（静止か永久の等速直線運動）および落体法則（自由落下における等加速度運動）、

1 「質量」と「重さ」の意味の違いについては、志村（2010, pp. 102-105）および小山（2015, pp. 154-156）を参照せよ。

2 地域科学へ応用した重力モデルの説明は、Isard（1960, chap. 6）によってなされている。

ケプラーの法則，これらを通じて構築されたニュートンの重力モデルを考察する。
ここでのねらいを単純化すると，重力と距離との関係はつぎの式で表される。

$$F \propto \frac{r}{T^2} \propto \frac{r}{r^3} \propto \frac{1}{r^2} \quad (2)$$

ただし， F は重力， T は公転周期， r は物質間の距離をそれぞれ示す。

以下では，宇宙物理学の基本を考慮して，物質を惑星としている。

II ケプラーの法則から万有引力の法則へ³

ニュートンの重力モデルを導き出すためのケプラーの3つの法則⁴は以下の通りである。このうち最も重要な法則は，第3法則である。

(1) ケプラーの第1法則：すべての惑星の軌道は楕円であり，その楕円の1つの焦点に太陽が位置している。

(2) ケプラーの第2法則：太陽と惑星が結ぶ線が，同じ時間内に描く図形の面積は一定である。(面積速度一定)

当時の調査データから，惑星の速度は距離に反比例していることから，

$$v = \frac{k}{r} \quad (3)$$

で表される。ただし， v は惑星の速度， k は定数， r は太陽－惑星間の距離をそれぞれ示す。

また，扇形の面積は移動時間が微小であれば，図3から，

$$H = EXZ \approx \triangle EXY = \frac{1}{2} v t r \quad (4)$$

3 これについては，基本は和田純夫（2009）であるが，数式なしで説明されているものにWeinberg（2015）がある。また，本研究では小島（2013，第3章）に負うところが大きい。

4 これについては，松下（2016，第4章）を参照せよ。

である。ただし、 H は扇形面積、 t は移動時間をそれぞれ示す。

さらに、面積速度（扇形の面積÷時間）は（4）式から、

$$h = \frac{H}{t} = \frac{1}{2} \nu r \quad (5)$$

で表される。ただし、 h は面積速度を示す。

（5）式に、（3）式を代入すると、

$$h = \frac{1}{2} k \quad (6)$$

が得られる。（6）式から、面積速度は一定となる。

（3） ケプラーの第3法則：惑星の公転周期（時間）の2乗は、軌道長半径（距離）⁵の3乗に比例する。

これは、公転周期² = 比例定数 * 軌道長半径³で表され、単位で示すと、時間² = 比例定数 * 距離³であることから、これを数式で表すと、

$$T^2 = Kr^3 \quad (7)$$

である。ただし、 T は公転周期、 K は比例定数、 r は軌道半径をそれぞれ示す。

また、公転周期は、円周÷速度であることから、

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (8)$$

で表される。

ここからはニュートンの研究にもとづいて、まず彼の第2法則の力は加速度に比例することから、

$$F = am \quad (9)$$

で表される。ただし、 F は力、 a は加速度をそれぞれ示す。

5 軌道長半径は惑星と太陽間の平均距離を示す。これについては酒井（2016、第4講）を参照せよ。

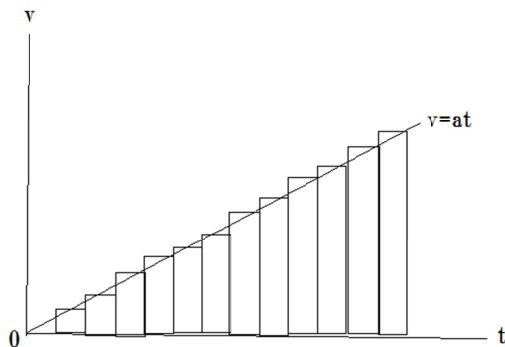


図 1

ここで加速度の単位は、距離÷時間²である。それゆえ速度は、

$$v = at \quad (10)$$

で表される。加速度から計算される移動距離 S は、図 1 の長方形の総和であることから、近似的には、

$$S = a \int_0^t t dt \cdot \Delta t \quad (11)$$

で表される。ここで $\Delta t=1$ とすれば、移動距離 S は、

$$S = \frac{1}{2} at^2 \quad (12)$$

で表される⁶。これは、図 2 に示されている。

ニュートンの引力（または、向心力、求心力）と遠心力から導かれる重力モデルは、地球に対して接線方向の力は慣性の法則によって等速直線運動であり、落体する方向の力は等加速度運動⁷であるというガリレオの研究にもとづいている。

6 これは、平均速度に時間を乗じることからも求められる。（佐治（2011, pp. 35-37）を参照）また平均速度定理については、Weinberg（2015, 邦訳, テクニカルノート, pp. 25-26）を参照せよ。

7 これについては、小島（2013, 第3章）によって「ゲノモン」の法則で説明されている。

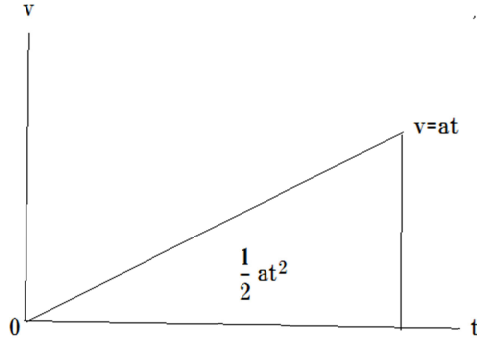


図 2

まず，図 3 から速度と加速度との関係を見るためにピタゴラスの定理は，

$$EX^2 + XY^2 = EY^2 \quad (13)$$

で表される。これを速度と加速度を用いて距離表示に書き換えると，

$$r^2 + (vt)^2 = (r + \frac{1}{2}at^2)^2 = r^2 + rat^2 + \frac{1}{4}a^2t^4 \quad (14)$$

で表される。ここで時間を微小 ($0 \leq t \leq 1$) として， $t^4 \rightarrow 0$ とすると，(14) 式から，

$$v^2t^2 = rat^2 \quad (15)$$

を得る。

したがって，加速度は (15) 式から，

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (16)$$

である。

つぎに，(5) 式，(6) 式，(7) 式から，

$$F = am = \frac{v^2m}{r} = \frac{4\pi^2r^2m}{T^2r} = \frac{4\pi^2m}{Kr^2} \quad (17)$$

を得る。ここで， K は惑星によって異なる係数であることから，

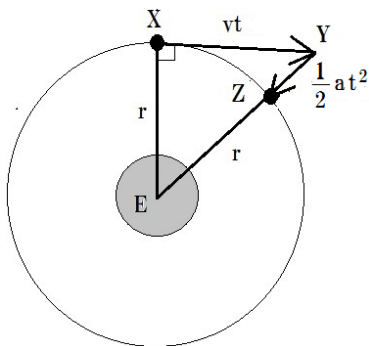


図 3

$$A = \frac{4\pi^2}{K_A} \quad (18)$$

$$B = \frac{4\pi^2}{K_B} \quad (19)$$

とすると、(18) 式および (19) 式を (17) 式の第 5 項に代入すると、惑星 A および惑星 B の引力はそれぞれ

$$F_{AB} = A \frac{m}{r^2} \quad (20)$$

および

$$F_{BA} = B \frac{M}{r^2} \quad (21)$$

で表される。ただし、 m は惑星 B の質量、 M は惑星 A の質量をそれぞれ示す。

さらに、ニュートンの第 3 法則（作用・反作用の法則）から、

$$F_{AB} = F_{BA} \quad (22)$$

で表される。(20) 式および (21) 式から、

$$\frac{A}{M} = \frac{B}{m} \quad (23)$$

が成り立つ。これはどの惑星間についても成立するために、(23) 式から、

$$G = \frac{A}{M} = \frac{B}{m} \quad (24)$$

とおくと、(20) 式および (21) 式から惑星間の引力は、

$$F_{AB} = G \frac{mM}{r^2} \quad (25)$$

および

$$F_{BA} = G \frac{mM}{r^2} \quad (26)$$

で表される。(25) 式および (26) 式の右辺は同じであり、それゆえ (1) 式が成立する。

ここまで達するに幾つかのプロセスを経ることによって、重力モデルを構成する距離の二乗の意味が明らかになった。ニュートンの重力モデルは万有引力の法則でもあることから、この重力モデルを都市や地域に応用できることが確認された。

III おわりに

地域科学において、ニュートンの重力モデルは都市間の相互作用や商圈を導くためにライリー＝コンバースモデルおよびハフの確率モデルにも応用されてきた。シミュレーション分析を除くと距離の二乗を当然のごとく用いてきたが、ここでは若干なりとも理解できた。ただ理論を追っていくと、楕円を円とする大雑把な面積の計算式や微小な時間の設定によって、この時間をどのように判断するかが地域科学では難しい。重力モデルは万有引力の法則として、自然科学のみならず社会科学であっても研究者のバトンが受け継がれていく賜物と言える。ここでは、主にガリレオ、ケプラー、ニュートンの理論が中心であったが、過去に遡ると地動説や天動説を説いたギリシャ時代の研究もあり、ニュートン以降はアインシュタインの重力モデルおよび相対性理論をはじめ今日においては、最小超重力モデルなどがある。

今後は、物理法則および数学の定理、未だ解決されていない諸問題を鑑みながら、都市や地域への応用可能性を探っていきたいと考えている。

付録：一般的重力モデル⁸の解法

図3において、ピタゴラスの定理から速度と加速度および距離表示に書き換えると、

$$r^2 + (vt)^2 = (r + \frac{1}{2}at^2)^2 = r^2 + rat^2 + \frac{1}{4}a^2t^4 \quad (\text{f1})$$

で表される。(14) 式同様) ここで、時間を微小に限らないとすれば、(f1) 式から、

$$v^2t^2 = rat^2 + \frac{1}{4}a^2t^4 \quad (\text{f2})$$

を得る。これに

$$t = \frac{v}{a} \quad (\text{f3})$$

を代入すると、

$$\frac{v^4}{a^2} = \frac{rv^2}{a} + \frac{1}{4} \frac{v^4}{a^2} \quad (\text{f4})$$

である。したがって、等加速度は、

$$a = \frac{3v^2}{4r} \quad (\text{f5})$$

で表される。

つぎに、(f5) 式、IIにおける(7) 式および(8) 式から、

$$F = am = \frac{3v^2m}{4r} = \frac{3\pi^2r^2m}{T^2r} = \frac{3\pi^2m}{Kr^2} \quad (\text{f6})$$

を得る。ここで、 K は惑星によって異なる係数であることから、

$$A = \frac{3\pi^2}{K_A} \quad (\text{f7})$$

$$B = \frac{3\pi^2}{K_B} \quad (\text{f8})$$

8 ここで、一般的とは時間の大きさを微小に限定しないことを示す。

で表される。結果的には、幅をもたせた時間である非微小の時間を考慮すると、係数が4から3と小さくなるだけであり、惑星間の関係において、

$$G = \frac{A}{M} = \frac{B}{m} \quad (\text{f9})$$

が成り立つために、惑星間のそれぞれの引力は、

$$F_{AB} = G \frac{mM}{r^2} \quad (\text{f10})$$

および

$$F_{BA} = G \frac{mM}{r^2} \quad (\text{f11})$$

で表される。(f10) 式および (f11) 式から、

$$F = F_{AB} = F_{BA} \quad (\text{f12})$$

であり、その結果、

$$F = G \frac{mM}{r^2} \quad (\text{f13})$$

が導かれる。

参考文献

- Isard, W. (1960) *Methods of Regional Analysis: an Introduction to Regional Science*.
The M.I.T. Press (邦訳－笹田友三郎『地域分析の方法』朝倉書店, 1969 年)
- Weinberg, S. (2015) *TO EXPLAIN THE WORLD: The Discovery of Modern Science*,
HarperCollins Publishers. (邦訳－赤根洋子『科学の発見』文藝春秋, 2016 年)
- 小島寛之 (2013)『世界は2乗でできている』講談社
- 小山慶太 (2015)『光と重力 ニュートンとアインシュタインが考えたこと』講談社
- 酒井邦嘉 (2016)『高校数学でわかるアインシュタイン』東京大学出版会
- 佐治晴夫 (2011)『14 歳のための物理学』春秋社
- 志村史夫 (2010)『自然現象はなぜ数式で記述できるのか』PHP 研究所
- 竹内 薫 (2005)『ホーキング虚時間の宇宙』講談社
- 松下泰雄 (2016)『曲線の秘密』講談社

山田克哉 (2005) 『宇宙のからくり』 講談社

和田純夫 (2009) 『プリンキピアを読む』 講談社

第2章 宇宙物理学にもとづく衛星都市圏モデルとその応用

I はじめに

都市圏の定義およびその応用研究については、経済地理学をはじめ地域経済学および都市経済学を含む地域科学の分野においてなされている。日本では国勢調査にもとづいて総務省統計局が都市圏を設定しており、民力では都市単位で独自の都市圏を設定している。これらの都市圏はアメリカの SMSA および SMA など¹を参考にしながら、大都市の中心部へいく通勤・通学者の割合を基準としている。

本研究では、まずガリレオ、ケプラー、さらにニュートンによる万有引力の法則の導出過程において説明される引力および遠心力のそれぞれの大きさを距離の単位として、そこでの比率を用いて、周辺の都市人口のうち都市に残る人口と都心部へ吸収される人口をベースに衛星都市圏モデルを構築する。ついで、このモデルを応用して東京都心部を中心とした東京衛星都市圏および名古屋都心部を中心とした名古屋衛星都市圏を設定する。また、豊田工業衛星都市圏およびわが国の3大レジャー施設の地元で確実にリピート圏を設定する。さらにアインシュタインの重力モデルを東京および名古屋に応用する。最後にアインシュタインの相対性理論に都市化のアメニティ開発速度を応用することによって、周辺部が活性化されると都心部の活性化につながることを導く。

II 宇宙物理学²にもとづく衛星都市圏モデル

ここでは、月と地球の力関係にもとづいて時間を微小と非微小とに区別したと

1 これについては、神頭（2010，pp. 1-2）を参照せよ。

2 これについては、第1章同様に小島（2013）、小山（2015）、酒井（2016）、佐治（2011）、志村（2010）、竹内（2005）、竹内（2013）、松下（2016）、山田（2005）、和田（2009）を参考にしている。

きのベクトルの大きさ(距離)としての「引力」対「遠心力」の比から、それに都市人口を応用することで、衛星都市圏の大きさを導く。

まず、図1から速度と加速度との関係をみるためにピタゴラスの定理は、

$$EX^2 + XY^2 = YE^2 \quad (1)$$

で表される。

(1) 式を速度と加速度および距離表示に書き換えると、

$$r^2 + (vt)^2 = \left(r + \frac{1}{2}at^2\right)^2 = r^2 + rat^2 + \frac{1}{4}a^2t^4 \quad (2)$$

で表される。ただし、 r は月と地球の距離、 v は月の速度、 a は加速度(重力加速度)をそれぞれ示す。

ここで、時間を微小($0 \leq t \leq 1$)として、 $t^4 \rightarrow 0$ とすると、(2)式から、

$$v^2t^2 = rat^2 \quad (3)$$

を得る。

ここで加速度の単位は、距離÷時間²である。それゆえ速度は、

$$v = at \quad (4)$$

で表される。さらに(4)式を(3)式に代入すると、

$$v^2t^2 = rvt \quad (5)$$

である。(5)式から、

$$XY = vt = r \quad (6)$$

を得る。ピタゴラスの定理から、

$$r^2 + r^2 = (r + YZ)^2 \quad (7)$$

が成り立つ。(7)式から、

$$\sqrt{2}r = r + YZ \quad (8)$$

である。それゆえ

$$YZ = (\sqrt{2} - 1)r \quad (9)$$

である。ここで、引力を周辺都市が大都市中心部に依存しようとする求心力として、また遠心力を大都市中心部に依存しない遠心力とすると、引力および遠心力の大きさが距離で表された (6) 式および (9) 式から、

$$\frac{\text{引力}}{\text{遠心力}} = \frac{\text{大都市に依存しようとする力}}{\text{都市が自立しようとする力}} \approx \frac{YZ}{XY} = \frac{(\sqrt{2}-1)r}{r} \approx 0.414 \quad (10)$$

が導かれる³。(10) 式の比率から、力関係から都市人口に当てはめると、周辺都市の人口のうち大都市圏の中心部である都心部へ行く人口⁴が約 40% (実際は 41.4%, 以下同様) であれば、この人口が存在する周辺都市が大都市圏を構成している都市と考えることができる。ただし、日本の都市圏の定義としては、中心都市への通勤・通学人口の割合が 1.5% 以上の市町村で、かつ接続している場合を都市圏としているために、41% はかなり高い⁵。そこで、ここでの都市圏を物理学の観点から、都心部へ引っ張られながらも衛星都市⁶として回り続けているという点で、これらの都市で構成される都市圏を「衛星都市圏」と呼ぶ。

さらに、ここでは時間が非微小のケースを考えると、図 2 から、

$$r^2 + (vt)^2 = (r + \frac{1}{2}at^2)^2 = r^2 + rat^2 + \frac{1}{4}a^2t^4 \quad (11)$$

で表される。(2) 式と同様) ここで、時間を非微小 ($1 \leq t$)⁷ として、(11) 式か

3 力と距離の関係については、力=加速度×質量の式から明示できる。

4 実際には、人口を生産年齢人口としたほうが的確であろう。

5 これは、人口単位でみるよりも調査は難しくなるが中心部に依存する企業単位で見たほうがよいかもしれない。

6 これは、地理学では「中心都市の周辺に位置し、中心都市の機能の一部を分担している都市」としている。(地理用語研究会編『地理用語集』山川出版社、2015 年、p. 173)

7 これは、ケプラーの第 3 法則を重視しないとすれば、このケースが一般的である。

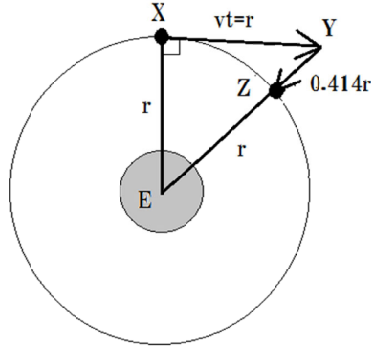


図 1

注) E は地球を, X は月の最初の位置を示す。(図 2 同様)

ら,

$$v^2 t^2 = rat^2 + \frac{1}{4} a^2 t^4 \quad (12)$$

を得る。(12) 式に (4) 式である

$$v = at \quad (13)$$

を代入して整理すると,

$$XY = vt = \frac{4}{3} r \quad (14)$$

を得る。また, ピタゴラスの定理から,

$$YE^2 = r^2 + v^2 t^2 = r^2 + \left(\frac{4}{3} r\right)^2 = \frac{25}{9} r^2 \quad (15)$$

で表される。それゆえ

$$YE = \frac{5}{3} r \quad (16)$$

である。引力が作用する距離 YZ は,

$$YZ = \frac{5}{3} r - r = \frac{2}{3} r \quad (17)$$

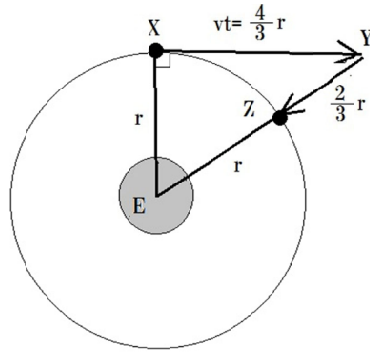


図 2

である。ここで、引力、遠心力のベクトルとしての大きさが距離で表された(14)式および(17)式から、

$$\frac{\text{引 力}}{\text{遠心力}} = \frac{\text{大都市に依存しようとする力}}{\text{都市が自立しようとする力}} \approx \frac{YZ}{XY} = \frac{\frac{2}{3}r}{\frac{4}{3}r} = 0.5 \quad (18)$$

が導かれる⁸。(18)式の比率を、都市人口に当てはめると、周辺都市の人口のうち都市圏の中心部へいく人口が50%であれば、衛星都市圏を構成する都市と考えることができる。

上記の結果から、時間を微小とどの時間でもあてはまるという意味での非微小に区別すると、後者の方が都市の自立(距離としての遠心力)が強いほど、大都市圏の中心部への依存しようとする力(距離としての引力または求心力)が同等に強まることを示唆している。

8 この数値は、時間の微小、非微小に関わらず常に等加速度距離/等速度距離=0.5 が成り立つことに注意を要する。ただし、月が地球を回り続けるという理論において時間は微小である方が都合が良い。

III 衛星都市圏モデルの応用

ここでは、上記の衛星都市圏モデルを単一の都心部があり、そこから交通が比較的均等に伸びている東京圏と名古屋圏に応用する。また、物理学での時間と生活空間に関する時間の概念は異なるが、万有引力の法則として導かれる重力モデルは計量地理学等で一般に使われていることから、万有引力の法則の意味を重視して微小な時間の方を採用する。

まず、衛星都市圏を構築するにあたり、つぎの仮定が設定される。

- (1) 円形の大都市の中央に円形の都心部が形成されており、そこでの居住者は、都心部内の企業に就業している⁹。
- (2) 都心部の昼間人口比率は 100 % 以上であり、その比率を越えて計算される就業者は他の都市から来ている。また、それらの都市から都心部へ向かう就業者は、全体の 40% である。

以下では、これらの仮定のもとで 2010 年の国勢調査データにもとづいて、東京衛星都市圏および名古屋衛星都市圏を作成する。

1. 東京衛星都市圏

(1) 東京都心部の半径の導出

まず、都心部の人口密度×都心部の円形面積＝都心部人口である。それゆえ、都心部である特別区の半径は、

$$14386 \cdot r_c^2 \pi = 8950000$$

から、

$$r_c = 14.076 \text{ (km)}$$

が導かれる。(約 14 km) ただし、14386 (人口/km²) は東京特別区の人口密度、8950000 (人) は特別区の常住人口を、 r_c は都心部としての特別区の半径 (東京

9 円形の都市は、交通の均一性が重要であるが、それが少し欠けたとしても地代が居住分布を均一にすることから、この仮定は非現実的であるとは言えない。

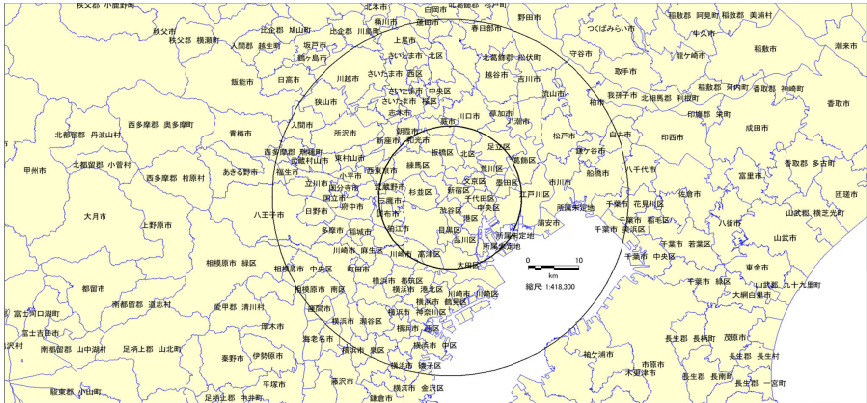


図3 東京衛星都市圏

注) 小さい円は東京都心部の大きさ(半径=14km)を、大きな円は東京衛星都市圏の大きさ(半径=35km)をそれぞれ示している。これらの円の中心は新宿区に立地している東京都庁である。

都庁からの距離)をそれぞれ示す。

図3から、この都心部の大きさ(小円)は、ほぼ東京特別区を網羅している。

(2) 東京衛星都市圏の半径の導出

東京都心部(特別区)の昼間人口比率は、130.9である。また特別区の常住人口は895万人であることから、昼間人口比率を用いて他の都市から来ている就業者の数から衛星都市(群)の大きさを推計すると、

$$0.309 \cdot 8950000 = 0.4 \cdot x$$

から、

$$x = 6913875 \text{ (人)}$$

が求まる。ただし、0.4(0.414を小数第2位四捨五入)は引力/遠心力、 x は都心部へ就業している衛星都市(または都市群)の人口規模をそれぞれ示している。ここで、都心部を除く、都心部を支えている都市の人口においては、

$$2126 \cdot (r^2 - 14.076^2) \pi = 6913875$$

が成立しなければならない。ただし、2126(人/km²)は東京特別区を除く関東

圏（東京都、埼玉県、千葉県、神奈川県）の人口密度、 r は東京衛星都市圏の半径をそれぞれ示している。

上式より、東京衛星都市圏の半径は、

$$r = 35.126 \text{ (km)}$$

である。（約 35 km）

ちなみに、都心部の半径に対する衛星都市圏の半径は、 $\frac{r}{r_c} = 2.6$ である。また、時間が非微小のケース（引力/遠心力=0.5）を計算すると、東京衛星都市圏の半径は、 $r = 32.042$ である。時間が長いほうが縮む傾向にある。これについては、長期的には都心部に依存しない自立する都市が増えることを物語っている。

2. 名古屋衛星都市圏

(1) 名古屋都心部の半径の導出

まず、都心部の人口密度×都心部の円形面積＝都心部人口である。それゆえ中部圏において都心部とみなされる名古屋市の半径は、

$$6935 \cdot r_c^2 \pi = 2260000$$

から、

$$r_c = 10.187 \text{ (km)}$$

が導かれる。（約 10 km）ただし、6935（人口/km²）は名古屋市の人口密度、2260000（人）は名古屋市の常住人口、 r_c は名古屋都心部の半径（愛知県庁からの距離）をそれぞれ示す。

図4から、この都心部の大きさ（小円）は、ほぼ名古屋市を網羅している。

(2) 名古屋衛星都市圏の半径の導出

名古屋市の昼間人口比率は、113.5 である。また、名古屋市の常住人口は 226 万人であることから、昼間人口比率を用いて他の都市から来ている就業者の数から衛星都市（群）の大きさを推計すると、

$$0.135 \cdot 2260000 = 0.4 \cdot x$$

から、

$$x = 762750 \text{ (人)}$$

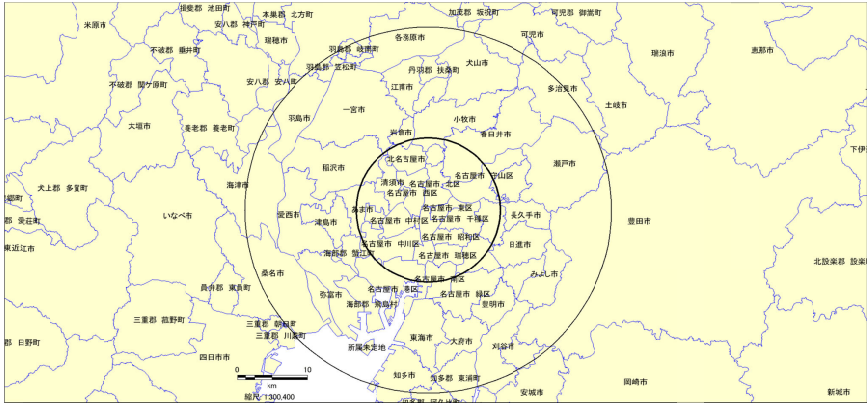


図4 名古屋衛星都市圏

注) 小さい円は名古屋都心部の大きさ(半径=10 km)を、大きな円は名古屋衛星都市圏の大きさ(半径=26 km)をそれぞれ示している。この2つの円の中心は愛知県庁である。

が導かれる。ただし、0.4 (0.414 を四捨五入) は引力/遠心力、 x は都心部へ就業している都市または都市群の人口規模をそれぞれ示している。

ここで、都心部を除く、都心部を支えている都市の人口においては、

$$428 \cdot (r^2 - 10.187^2) \pi = 762750$$

が成立する必要がある。ただし、428 (人/km²) は名古屋市を除く中部圏の人口密度、 r は名古屋衛星都市圏の半径(愛知県庁からの距離)をそれぞれ示している。

上式から、

$$r = 25.91 \text{ (km)}$$

が求まる。したがって、名古屋衛星都市圏の半径は約 26 km である。

ちなみに、都心部の半径に対する衛星都市圏の半径は、 $\frac{r}{r_c} = 2.6$ である。また、時間が非微小のケース(引力/遠心力=0.5)を計算すると、名古屋衛星都市圏の半径は、 $r = 23.618$ である。東京衛星都市圏同様に時間が長いほうが縮む傾向にある。これについては、長期的には都心部に依存しない自立する都市が増えていくことを物語っている。

3. 豊田工業衛星都市圏

上記のモデルについては、ある物質において遠心力と引力が存在していて、引力を有する物質の周りを回っているという前提に立っている。月と地球のような関係である。都市を対象にすると、都市の引力の要素としては都市化の経済または地域特化の経済が考えられるが、それらの経済は、力関係にしても月と地球の差ほど大きくはないであろう。

ここでは、自動車産業に属する多くの企業が立地している豊田市について、周辺都市の4割または5割が豊田市へ行くことは考えにくいいため、豊田市の就業者の多くは自動車産業に従事しているという仮定もとで、上記の衛星都市圏のモデルを豊田市に適用する。

まず、必ず周辺都市から豊田市へ行く就業者の割合を b とすると、周辺都市で構成される衛星都市圏の半径と人口の関係から、

$$1443(r-4)^2\pi = \frac{37346}{b} = P$$

が成り立つ。ただし、1443 (人/km²) は岡崎市、安城市、みよし市、刈谷市、知立市から導かれた人口密度、 r は豊田市中心部からの距離、4 km は豊田市中心部の半径¹⁰、37346 人は昼間人口から常住人口を引いた人口（ここでは周辺地域からの移動人口を意味する）、 P は周辺都市の人口をそれぞれ示す。

上記の式を変形すると、

$$r = \sqrt{\frac{8.24}{b}} + 4$$

が導かれる。

図5から、周辺部から豊田市中心部への就業者の割合が増えるにつれて豊田工業衛星都市圏の半径が徐々に縮んでいくことが分かる。これについては、周辺地域において住宅が開発されればされるほどなるべく都心部の就業地の近くに住み

10 これについては、豊田市の中心から最も近いところで接するみよし市の境界地までの距離が4 kmであったためにこれを採用した。ちなみに、この範囲の中にトヨタ自動車の本社および元町工場などが立地している。

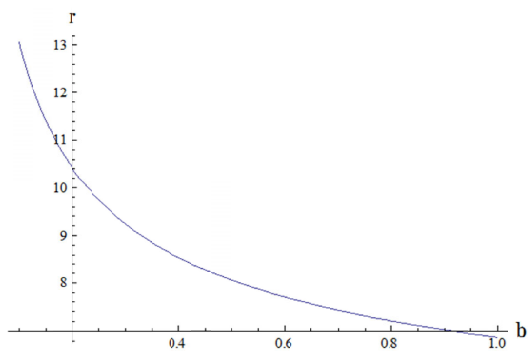


図 5

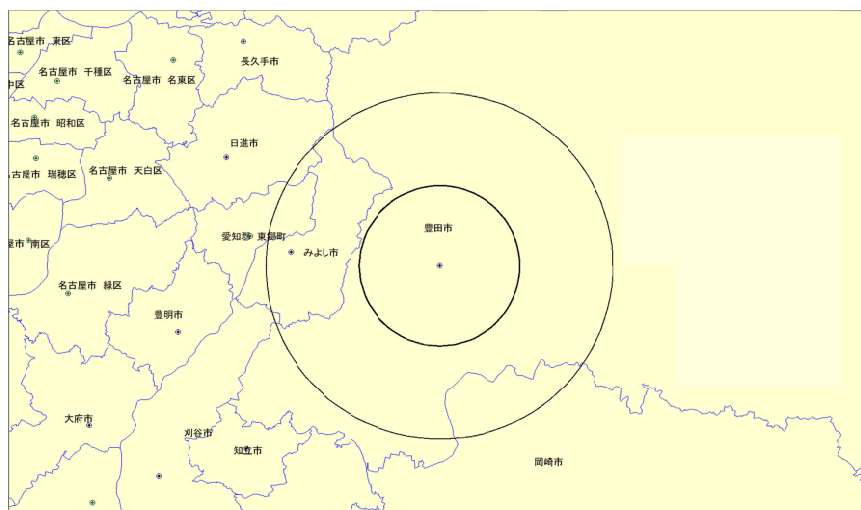


図 6 豊田工業衛星都市圏

注) 小さい円は豊田市都心部（トヨタ工場本社を含む）の大きさ（半径＝4km）を、大きな円は豊田工業衛星都市圏の大きさ（半径＝9km）をそれぞれ示している。これらの円の中心は豊田市役所である。

たいという気持ちがあらわれているような気がする。

ここで、上記モデルと同様に、 $b=0.4$ とすると、

$$r=8.54 \text{ (km)}$$

である。したがって、豊田工業衛星都市圏の半径は約9kmである。

図6には、豊田市都心部と豊田工業衛星都市圏が描かれている。この図から圏内の都市は豊田市を含め、岡崎市の北西部、名古屋方向の153号線が走るみよし市および東郷町などが見られる。

IV 3 大レジャー施設の地元の確実なりピート圏

ここでは、レジャー施設へ何回も訪れる地元の確実なりピート圏（以下ではリピート圏）を導く。

月が微小な時間間隔で地球に落ち続けようとする結果において、「引力」対「遠心力」=0.4であることから、周辺の人口が常にレジャー施設に引きつけられているとすると、その入場者数の0.4が周辺に住んでいる常連客、すなわち確実なりピーターとして、さらに鉄道または道路が均等に網羅されている都市を仮定すると、一般式は、

$$\text{周辺の人口密度} \times \pi r^2 = 0.4 \times \text{入場者数} = \text{地元の確実なりピーター} \quad (19)$$

で表される。この(19)式を用いて、東京ディズニーランド、長島スパーランド、ユニバーサル・スタジオ・ジャパン(USJ)の各リピート圏について分析する¹¹。

1. 東京ディズニーランド

東京ディズニーランドの入場者数：3129.8万人

東京都、埼玉県、神奈川県、千葉県的人口密度：2663.76（人口/km²）

これらのデータを(19)式にあてはめると、

11 各レジャー施設の入場者数については総合ユニコム株式会社で調査された『月刊レジャー産業資料』2014年8月号(NO. 575)特集「レジャー施設 集客ランキング2014」を引用した。また人口密度については2015年の国勢調査データにもとづいて計算されている。

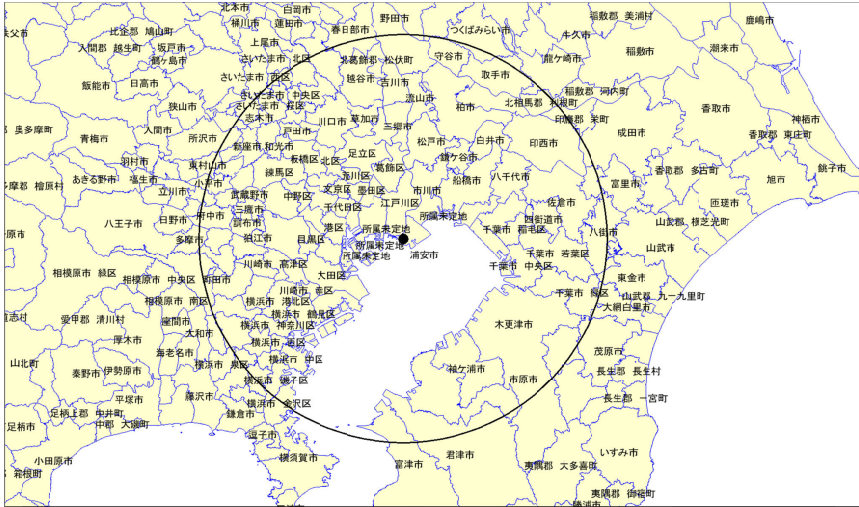


図7 東京ディズニーランドのリポート圏

注) 円の中心の●は東京ディズニーランドの立地点を、円は東京ディズニーランドのリポート圏（半径：39km）をそれぞれ示している。

$$2663.76 * \pi r^2 = 0.4 \times 31298000 = 12519200$$

である。この式から、

$$r = 38.69 \text{ (km)}$$

が求められる。（約 39 km）

図7には、東京ディズニーランドのリポート圏が示されている。

ここで、「引力」対「遠心力」= b とすると、

周辺の人口密度 $\times \pi r^2 = b \times \text{入場者数} = \text{地元の確実なリピーター}$ から、

$$r = \sqrt{3741.9b}$$

が導かれる。

図8には、この式が $0 \leq b \leq 1$ で描かれている。これより確実なリピーターの比率が高まるとその圏域が徐々に拡大していくことを示唆している。

図8から、もし入場者のすべてが確実なリピーターとすれば、すなわち $b=1$

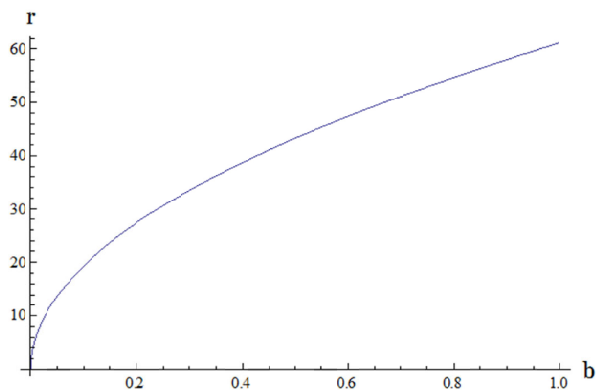


図 8

注) 縦軸の単位は, km である。(以下の図同様)

であれば, リピート圏の半径 r は約 61 km である。(図 13 の赤丸を参照)

2. 長島スパーランド

長島スパーランドの入場者数: 620 万人

愛知県, 岐阜県, 三重県の人口密度: 525.43 (人口/km²)

これらのデータを (19) 式にあてはめると,

$$525.43 \times \pi r^2 = 0.4 \times 6200000 = 2480000$$

である。それゆえ

$$r = 38.77 \text{ (km)}$$

が求められる。(約 39 km)

図 9 には, 長島スパーランドのリピート圏が示されている。

ここで, 「引力」対「遠心力」= b とすると,

周辺の人口密度 $\times \pi r^2 = b \times$ 入場者数 = 地元の確実なリピーターから,

$$r = \sqrt{3757.92b}$$

が導かれる。

図 10 には, この式が $0 \leq b \leq 1$ で描かれている。これより東京ディズニーラ



図9 長島スパーランドのリピート圏

注) 円の中心の●は長島スパーランドの立地点を、円は長島スパーランドのリピート圏（半径：39km）をそれぞれ示している。

ンド同様に確実なリピーターの比率が高まるとその圏域が徐々に拡大していくことを示唆している。また、図10から、もし入場者のすべてが確実なリピーターとすれば、すなわち $b=1$ であれば、リピート圏の半径 r は約 61km である。（図13の赤丸を参照）

3. ユニバーサル・スタジオ・ジャパン (USJ)

USJ の入場者数：1050 万人

京都府、大阪府、奈良県、兵庫県、和歌山県の人口密度：827.76（人口/km²）

これらのデータを（19）式にあてはめると、

$$827.76 \times \pi r^2 = 0.4 \times 10500000 = 4200000$$

である。それゆえ

$$r = 40.2 \text{ (km)}$$

が求められる。（約 40 km）

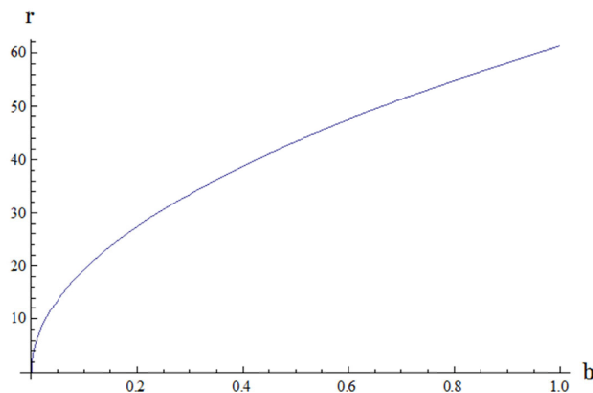


図 10

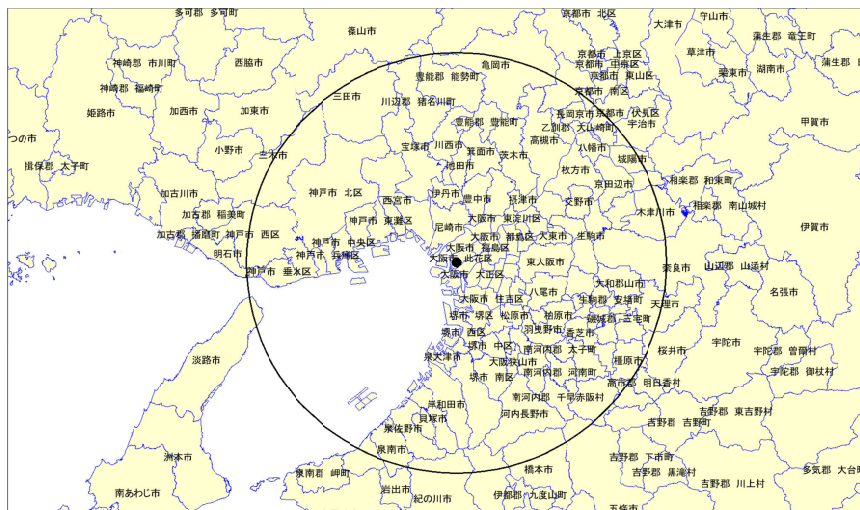


図 11 USJ のレポート圏

注) 円の中心の●は USJ の立地点を, 円は USJ のレポート圏 (半径: 40km) をそれぞれ示している。

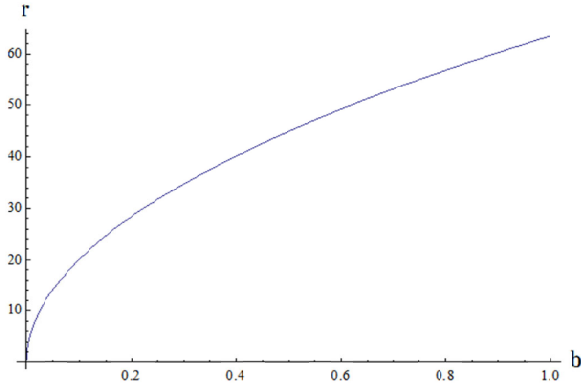


図 12

図 11 には、USJ のリピート圏が示されている。

ここで、「引力」対「遠心力」= b とすると、

周辺の人口密度 $\times \pi r^2 = b \times$ 入場者数 = 地元の確実なリピーター
から、

$$r = \sqrt{4039.76b}$$

が導かれる。

図 12 には、この式が $0 \leq b \leq 1$ で描かれている。これより東京ディズニーランドおよび長島スパーランド同様に地元の確実なリピーターの比率が高まるとその圏域が徐々に拡大していくことを示唆している。また、図 12 から、もし入場者のすべてが地元の確実なリピーターとすれば、すなわち $b=1$ であれば、リピート圏の半径 r は約 64km である。(図 13 の赤線の円を参照)

図 13 から、長島スパーランドと USJ のリピーターの境界地は伊賀市および甲賀市のあたりである。赤線の円は入場者のすべてがリピーターとなる境界線を示していることから、企業の経営努力目標として、赤線園内の居住者に対して新聞および放送局を通じて企業の宣伝をする必要がある。また、偶然であったかも知れないが、3 大レジャー施設の各リピート圏の半径が約 40km のところでほぼ等しいことは、たいへん興味深い結果であった。人間の行動パターンには目的地とそこへのアクセスについては、何らかの法則が存在しているのではないかと考



図13 3大レジャー施設のレポート圏

注) 黒い円は $b=0.4$ のケース，赤の円は $b=1$ のケースをそれぞれ示している。

える次第である。

V アインシュタインの重力モデル¹²による衛星都市圏

アインシュタインは光が曲げられる力を引力と考えている。そこから曲率を示す半径によって宇宙のゆがみが説明されることになる。このアインシュタインの重力モデルにおいて、球の表面積は、

$$A = 4\pi r^2 \quad (20)$$

で表される。(20) 式から、理論半径は、

$$r = \sqrt{\frac{A}{4\pi}} \quad (21)$$

である。この理論半径は実測半径と一致しないことから、この差を曲がった空間

12 この説明は、竹内（2005，pp. 70-72）による。

の半径, これを余剰半径として,

$$\text{余剰半径} = \text{実測半径} - \sqrt{\frac{A}{4\pi}} \quad (22)$$

で表される。(22) 式から複雑な計算をへて,

$$\text{余剰半径} = \frac{G}{3c^2} M \quad (23)$$

が導かれる。ただし, M は当該空間における質量, G はニュートンの重力定数, c は光速をそれぞれ示す。

ここでアインシュタインの重力モデルを衛星都市圏¹³に応用するに際し, M を人口の大きさとすると, 余剰半径は人口に比例することになる。これを踏まえて, 余剰半径を都心部の引力として, 周辺都市から都心部へ行く人口で表される。また実測半径が実際に活動する都心部の昼間人口で表され, 理論的半径が都心部の常住人口で表されるとすると, これは,

$$P_b = P_c - \hat{P}_c \quad (24)$$

で表される。ただし, P_b は衛星都市から都心部への通勤人口を, P_c は都心部の昼間人口を, \hat{P}_c は都心部の常住人口をそれぞれ示す。

上記のニュートンの重力モデルにもとづく衛星都市圏のモデルから,

$$\frac{P_b}{P} = 0.4 \quad (25)$$

である。ただし, P は衛星都市の総人口を示す。

さらに, 都心部の昼間人口比 D は,

$$D = \frac{P_c}{\hat{P}_c} \quad (26)$$

で表される。(24) 式, (25) 式および (26) 式から,

13 ここでは, 光都市圏とした方が良いかも知れないが, ニュートンとの関連において都市のイメージをもつために衛星都市圏とした。

$$P_b = 0.4P = \hat{P}_c(D-1) \quad (27)$$

を得る。(27) 式から昼間人口比は,

$$D = 0.4 \frac{P}{\hat{P}_c} + 1 \quad (28)$$

で表される。また、都市圏都心部または大都市における昼間人口比は一般に、 $1 < D < 2$ であることから¹⁴,

$$0 < \frac{P}{\hat{P}_c} < 2.5 \quad (29)$$

である。これが衛星都市圏成立の範囲である。

ちなみに、東京都心部（特別区）の人口は、約 895 万人であることから、都心部を除く衛星都市圏の人口の上限が約 2238 万人である。これに都心部の人口を加えると、東京衛星都市圏の人口は約 3133 万人となり、これは東京首都圏の人口（3562 万人：2010 年、内閣府）にほぼ近い。

一方、名古屋市の人口は、226 万人であることから、都心部である名古屋市を除く衛星都市圏の人口の上限は、565 万人である。これに名古屋市の人口を加えると、名古屋衛星都市圏の人口は 791 万人となり、これは愛知県の人口（741 万人：2010 年、国勢調査）にほぼ近い。

上記のことから、東京圏および名古屋圏は円形の仮定が適合する都市圏であると言えよう。

VI アインシュタインの相対性モデル¹⁵と都市的アメニティ¹⁶の開発速度

ここでは、都心部の都市的アメニティの開発速度とその周辺部の開発速度の相

14 恣意的ではあるが、わが国の最近のデータにおいて、昼間人口比率が 200 % を超える都市は見当たらない。

15 ここでは、相対的速度のみのモデルを扱っているために相対性モデルとした。

16 ここでの都市的アメニティとは、交通整備、治安、公園などを含む公共サービスによる快適な居住空間を意味する。

対性から都心部の活性化は周辺部の活性化を必要とすることを示す。

1. 都市的アメニティの相対的開発速度と都心部の発展

図 14 から、外から見ている人の光の軌道は、 $B \rightarrow A \rightarrow C$ であるが、乗り物に乗っている人の光の軌道は $2L_0$ である。したがって、ピタゴラスの定理から、

$$c^2 t^2 = v^2 t^2 + L_0^2 \quad (30)$$

が成り立つ。ただし、 c は光速、 t は時間、 v は乗り物の速度、 L_0 は乗り物の高さ（または光が天井に達する高さ）をそれぞれ示す。

(30) 式から、

$$c^2 t^2 = \frac{L_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (31)$$

で表され、(31) 式から光の距離は、

$$ct = \frac{L_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (32)$$

が得られる。 v が c に近づくと $ct \approx \infty$ 、 v が c に比べてかなり遅い場合は $ct \approx L_0$ である。現実には後者であるため景観の縮みなどは経験されない。

ここで、長さが縮むということは物体が縮むということに置き換えると、(32) 式は、

$$P_c = \frac{\hat{P}_c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (33)$$

で表される¹⁷。ただし、 P_c は運動する物体の質量、 \hat{P}_c は静止している物体の質量をそれぞれ示す。

(33) 式を都市に応用すると、運動する物体の質量を昼間人口、静止している

17 この詳しい計算については、竹内（2013、第5章）を参照せよ。

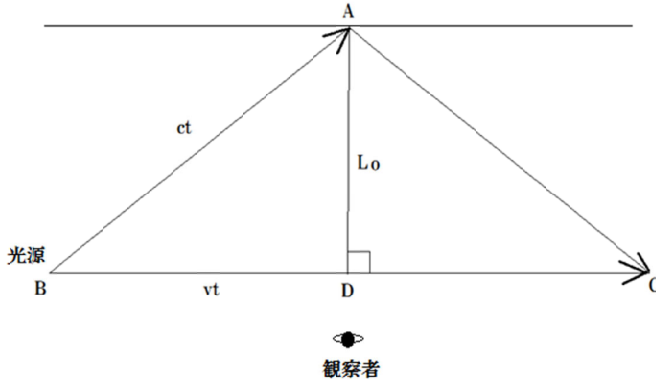


図 14

注) C の方向に走っている乗り物の中にいる人は D からの光は天井 A で反射して戻ってくるが、乗り物の外側にいる人（観察者）は光が B-A-C ですすんでいるように見える。

物体の質量を夜間人口としての常住人口として、 c は都心部の都市的アメニティの開発速度（絶対的速度）を、 v は都心部周辺の都市的アメニティの開発速度として、 P_c は都心部の昼間人口、 \hat{P}_c は都心部の常住人口とすれば、昼間人口比は、

$$\frac{P_c}{\hat{P}_c} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (34)$$

で表される。

ここで、(34) 式から v が相対的に小さいと、 $\frac{v^2}{c^2} \rightarrow 0$ になり、 $P_c \approx \hat{P}_c$ である。これは周辺部の都市化が遅れているために、周辺部の人たちが都心部に住むことを示唆している。

一方、 v が相対的に大きいと、 $\frac{v^2}{c^2} \rightarrow 1$ になり、 $\frac{P_c}{\hat{P}_c} \rightarrow \infty$ になる。周辺部の開発が速く進めば進むほど、周辺部の人口が増え、そこから都心部へ通勤する人が増えることによって、都心部の昼間人口比が高くなることを示唆している。

(34) 式から、都心部周辺の都市的アメニティと都心部の都市的アメニティの相対の開発速度は、

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{\hat{P}_c}{P_c}\right)^2} \quad (35)$$

である。

また、東京都心部の昼間人口比（2010 年、国勢調査）が、

$$\frac{P_c}{\hat{P}_c} = 1.39 \quad (36)$$

であることから、(36) 式の逆数を (35) 式に代入すると、

$$\frac{v}{c} = 0.694 \quad (37)$$

である。(37) 式より都市的アメニティの相対的開発速度は約 70%である。したがって、都心部の開発の速度に対して周辺の開発速度は約 7 割になる。

一方名古屋市の昼間人口比（2010 年、国勢調査）が、

$$\frac{P_c}{\hat{P}_c} = 1.135 \quad (38)$$

であることから、(38) 式の逆数を (35) 式に代入すると、

$$\frac{v}{c} = 0.473 \quad (39)$$

である。(39) 式より都市的アメニティの相対的開発速度は約 50%である。したがって、都心部の開発の速度に対して周辺の開発速度は約 5 割になる。

さらに、アインシュタインのエネルギーの方程式は、

$$E = mc^2 \quad (40)$$

で表される。ただし、 E はエネルギー、 m は質量、 c は光の速度をそれぞれ示す。これを都市に応用すると、(40) 式および (33) 式から、

$$E = P_c c^2 = \frac{\hat{P}_c c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (41)$$

で表される。ここで $c = 1$ とすると、(41) 式は、

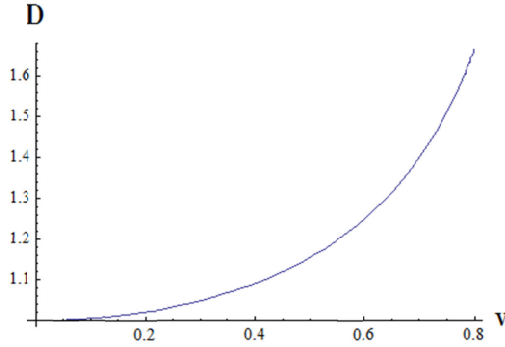


図 15

$$E = P_c = \frac{\hat{P}_c}{\sqrt{1-v^2}} \quad (42)$$

に書きかえられ、(42) 式は都市のエネルギーは昼間人口であることを示している。また都心部の昼間人口比は、

$$D = \frac{P_c}{\hat{P}_c} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \quad (43)$$

で表される。(43) 式は図 15 において、 $0 \leq v \leq 0.8$ で描かれている。これについては周辺部の都市的アメニティの開発速度が速いほど、都心部の昼間人口比が急に伸びることを示唆している。これは周辺部の住みやすさが都心部への就業を集中させることを物語っている。

補足：実時間と虚時間

ここでは、距離の出発点は分からないが、私たちの時空間¹⁸について考えてみよう。

まず、ユークリッドの時空間は、

$$s^2 = x^2 + y^2 + h^2 + t^2$$

18 この時空間については、竹内（2005，第3章）を参考になっている。

で表される。ただし、 s は時空間距離、 x, y は平面座標値、 h は垂直座標値、 t は時間座標の値をそれぞれ示す。

空間を $x^2 + y^2 + h^2 = z^2$ とすると、上式は、

$$s^2 = z^2 + t^2$$

で表される。なお $s=0$ の場合は、 $z=0$ である。

つぎに、ミンコフスキーの時空間は、

$$s^2 = x^2 + y^2 + h^2 - t^2$$

で表される。上記同様に 3 次元の空間を 1 つにすると、

$$s^2 = z^2 - t^2$$

で表される。なお $s=0$ の場合は、 $z=t$ である。時間と空間がゼロでなくとも時空間がゼロになることを意味している。

これより

$\frac{z}{t} = 1$ であり、時間と空間が同じ時には、時空間距離がゼロであることを示している。

これについては、時間が縮めば空間も縮むことを示している。ここで時空間を最小 (= 0) にする最大速度は 1 であり、これは光速を意味する。

上記 2 つの時空間を比較すると、私たちが生活する時間は実時間であり、平面を歩いてエレベータに乗ってビルへ行くまでの時間は、時間距離としてピタゴラスの定理によって理想的な最短の時間距離が計算される。個々の行動の出発点をゼロとして時間と空間が比例しているもとではユークリッドの時空間が理解しやすい¹⁹。

一方、ミンコフスキーの時空間は、光速が最大の速度を有していることや時空間がゼロになる可能性を考慮すると、すべての出発点が共通しているという点で物理の世界では相応しいが、現実の生活の中で時空間を解釈するのは難しい。人間の効用には「実」もあれば「虚」(image) もあることから本当の時空間は分らない。

19 これについては、神頭 (2014, pp. 1-16) がある。

VII おわりに

ここでは、ガリレオ、ケプラー、ニュートンに受け継がれた慣性の法則をはじめ万有引力の導出過程において計算される遠心力と引力の距離との関係から、遠心力を自立都市の力として、重力としての引力を都心部に依存する力として、さらに力が人口規模に比例するとして、東京衛星都市圏および名古屋衛星都市圏の半径とその都心部の半径をそれぞれ導出した。その結果、都市圏および都心部を円形としても、東京の場合は導かれた都心部と特別区はほぼ一致しており、衛星都市圏の多くは東京都のすべての市を含んでいる。一方名古屋の場合も導かれた円形の都心部は名古屋市がほぼ網羅されている。また興味深いことは時間が長くなればどちらの衛星都市圏も縮むこと、また、どちらも衛星都市圏の半径は都心部の半径の2.5~2.6倍くらいであることである。これらのことから東京は政治・商業都市の特徴を有しており、名古屋は製造業都市の特徴を有しているが、人間の行動を一樣に考えた場合、行動の変化はマクロ的には同じ様相を呈しているとも考えられる。さらに3大レジャー施設のリピート圏の分析において、3つの施設ともに約40km圏内にあることはたいへん興味深い結果であった。最後に、アインシュタインの重力モデルから求められる衛星都市圏の人口が実際の東京首都圏の人口に近いことが示された。最後にアインシュタインの相対（物質収縮）モデルから、周辺部の都市的アメニティの開発速度が相対的に増えるほど都心部への通勤者が増えることが考察された。

今後は、ここで構築された衛星都市圏モデルの他の大都市、商圏および観光圏などへの応用可能性について研究することが課題として残される。

参考文献

- Isard, W. (1960) *Methods of Regional Analysis: an Introduction to Regional Science*. The M.I.T. Press (邦訳－笹田友三郎『地域分析の方法』朝倉書店, 1969年)
- Weinberg, S. (2015) *TO EXPLAIN THE WORLD: The Discovery of Modern Science*, HarperCollins Publishers. (邦訳－赤根洋子『科学の発見』文藝春秋, 2016年)
- 神頭広好 (2010) 「コンパクトシティ都市圏の構想に向けて」『愛知経営総合科学』, 愛知大

学経営総合科学研究所, 第 93 号, pp. 1-21

神頭広好 (2014) 「都市の時空間モデルー都市の創出時間と成立の時間ー」『愛知経営総合科学』, 愛知大学経営総合科学研究所, 第 104 号, pp. 1-16

小島寛之 (2013) 『世界は 2 乗でできている』講談社

小山慶太 (2015) 『光と重力 ニュートンとアインシュタインが考えたこと』講談社

酒井邦嘉 (2016) 『高校数学でわかるアインシュタイン』東京大学出版会

佐治晴夫 (2011) 『14 歳のための物理学』春秋社

志村史夫 (2010) 『自然現象はなぜ数式で記述できるのか』PHP 研究所

竹内 薫 (2005) 『ホーキング虚時間の宇宙』講談社

竹内 淳 (2013) 『高校数学でわかる相対性理論』講談社

松下泰雄 (2016) 『曲線の秘密』講談社

山田克哉 (2005) 『宇宙のからくり』講談社

和田純夫 (2009) 『プリンキピアを読む』講談社

第3章 ランク・サイズルールにもとづく観光施設の魅力

I はじめに

これまでの基礎的な都市の相互作用モデルおよび商圈分析については、ポテンシャルモデルおよび重力モデルが応用されている。伝統的には Reilly (1931), Converse (1949) によるライリー＝コンバースモデル, Huff (1963, 1964) の確率モデルがあり, ニュートンの重力モデルを地域科学の分野において意味づけたのは Isard (1956) である。現在に至っても Huff の確率モデルなどは, わが国のみならずアメリカのショッピングセンターに応用されている¹。

ここでは, 最適トリップ回数²に関するモデル分析を試みている石井・神頭 (2016) モデルに重力モデルにもとづく相互作用の考え方を観光施設に応用する。つぎに日本のアウトレットモールの多くは三菱系と三井系に分けられることから, チェビシェフの不等式を用いて2つの系の魅力(施設への回数の多さ)に関する施設格差が存在し, 施設数がかなり多数の状態において, 初期のランクまたは最小施設数が導かれる。

II ランク・サイズルールにもとづく観光施設への最適トリップ回数

ここでは, 多数の観光施設における観光の予算を最小にするトリップ回数モデル³を構築する。

まずモデルの構築に際し, 以下の諸仮定が設定される。

-
- 1 これらの商圈モデルについては, 山中 (1977), 室井 (1981), 流通産業研究所編 (1981), 西岡 (1993) および Kivell and Shaw (2013) において説明されている。
 - 2 この最適トリップ回数については, 家計の在庫問題を考慮した DiPasquale and Wheaton (1996) および神頭 (2009) にもとづいている。
 - 3 このモデルについては, 石井・神頭 (2016, 第2章) にもとづいている。

- (1) 単純化のために、全ての観光施設における観光消費額および1回当たりトリップ費用は同じである。
- (2) トリップ回数については、観光施設に関してランク・サイズルールが成立している。
- (3) 家計は、一定期間において観光予算を最小にするように観光施設へのトリップ回数を決める。

これらの仮定のもとで、家計の観光予算は、

$$C = kv_1 + \frac{Q}{v_1} + kv_2 + \frac{Q}{v_2} + \cdots + kv_n + \frac{Q}{v_n}$$

$$= k(v_1 + v_2 + \cdots + v_n) + Q\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \cdots + \frac{1}{v_n}\right) \quad (1)$$

で表される。ただし、 C は家計の観光予算、 k はトリップ当たり交通費、 v_1 はランク1の観光施設へのトリップ回数、 v_n はランク n の観光施設へのトリップ回数、 Q は観光消費額をそれぞれ示す。

また、観光施設へのトリップ回数がランク・サイズルールに従っているとする

$$v_n = \frac{v_1}{n^\alpha} \quad (2)$$

で表される。ただし、 α は観光トリップ回数の大きさに関する格差係数（以後、格差係数）を示す。

(2) 式を (1) 式へ代入すると、

$$C = kv_1\left(1 + \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha} + \cdots + \frac{1}{n^\alpha}\right) + \frac{Q}{v_1}(1 + 2^\alpha + 3^\alpha + \cdots + n^\alpha) \quad (3)$$

で表される。ここで、観光予算を少なくするために n 個の観光施設の中で、最もよく行く観光施設へのトリップ回数を最小にすることを考えよう。

したがって、観光費用最小化の条件は、

$$\frac{dC}{dv_1} = k\left(1 + \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha} + \cdots + \frac{1}{n^\alpha}\right) - \frac{Q}{v_1^2}(1 + 2^\alpha + 3^\alpha + \cdots + n^\alpha) = 0 \quad (4)$$

であることから、

$$v_1^2 = \frac{Q(1+2^a+3^a+\cdots+n^a)}{k(1+\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\cdots+\frac{1}{n^a})} \quad (5)$$

が導かれる。(5) 式から、ランク 1 の観光施設への最適トリップ数は、

$$v_1 = \sqrt{\frac{Q(1+2^a+3^a+\cdots+n^a)}{k(1+\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\cdots+\frac{1}{n^a})}} \quad (6)$$

である。

ここで、観光施設の数をも意味するランクが系において情報を表し、それぞれの情報が相互に作用していると考え、(6) 式のルート内の分子と分母でランクに関わっている部分を小さくすることで、ランク 1 の観光施設へのトリップ回数を減らすことは可能である。ここで、調和平均と相加相乗平均から、

$$\frac{n}{1+\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\cdots+\frac{1}{n^a}} \leq {}^n\sqrt{(1\cdot 2\cdot 3\cdots n)^a} \leq \frac{1+2^a+3^a+\cdots+n^a}{n} \quad (7)$$

が成立する。この不等式を

$$1+\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\cdots+\frac{1}{n^a}$$

で除すると、

$$\frac{n^2}{\left(1+\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\cdots+\frac{1}{n^a}\right)^2} \leq \frac{n^n \sqrt{(1\cdot 2\cdot 3\cdots n)^a}}{1+\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\cdots+\frac{1}{n^a}} \leq \frac{1+2^a+3^a+\cdots+n^a}{1+\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\cdots+\frac{1}{n^a}} \quad (8)$$

で表される。(8) 式および (6) 式から、

$$v_1 = \sqrt{\frac{Q(1+2^a+3^a+\cdots+n^a)}{k(1+\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\cdots+\frac{1}{n^a})}} \geq \sqrt{\frac{Q n^n \sqrt{(1\cdot 2\cdot 3\cdots n)^a}}{k(1+\frac{1}{2^a}+\frac{1}{3^a}+\cdots+\frac{1}{n^a})}} \quad (9)$$

が導かれる。ここで 1 つの最小にする基準として、情報の相互作用にもとづくランク 1 施設へ行く回数は、

$$v_i = \sqrt{\frac{Q n^n \sqrt{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n)^a}}{k(1 + \frac{1}{2^a} + \frac{1}{3^a} + \cdots + \frac{1}{n^a})}} \quad (10)$$

で表される。ここで (10) 式において、施設がかなり多数ある場合を考慮すると、分子の () 内は $n!$ であることからスターリングの公式⁴によって書き換えられ、分母の () 内はリーマンのゼータ関数⁵によって書き換えられる。したがって (10) 式から、

$$v_i = \sqrt{\frac{Q n^n \sqrt{(\sqrt{2\pi n} (\frac{n}{e})^n)^a}}{k \zeta(\alpha)}} \quad (11)$$

で表される。ただし、リーマンのゼータ関数⁶は $\zeta(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ である。

図1には、(6) 式と (11) 式が $\alpha=1.2$, $\alpha=2$ で、 $1 \leq n \leq 50$ の範囲で描かれている。図1から、ランクの異なる観光施設間の相互作用によって各施設の情報が得られることから、格差係数が小さいケース ($\alpha=1.2$) において、格差係数が大きいケース ($\alpha=2$) よりも最も魅力のあるランク1の観光施設へのトリップ回数が減ることを示している。また、その回数は施設が増えてもそれほど増加しない。これは、観光施設間の魅力に差がなければ、情報の相互作用があっても各観光施設へのトリップ回数にそれほど大きな差がなくなることを意味する。

一方、格差係数が大きいケース ($\alpha=2$) では相互作用があるなしに関わらずランク1の観光施設へのトリップ回数が施設の数に応じてかなり増加するが、相互作用がなければ施設の増加とともにさらに急増する。これについては相互の情報がない場合は、最初にできた施設または施設の魅力において個人（代表する消費者）としての知識のある施設に人は集中する。その結果、人が集まる施設と集まらない施設がはっきりするために施設の格差が大きくなることを物語っている。

4 これについては、小野田 (2014, pp. 191-192) を参照せよ。

5 これについては、中村 (2015) を参照せよ。

6 この関数については、中村 (2015) によって平易に説明されている。

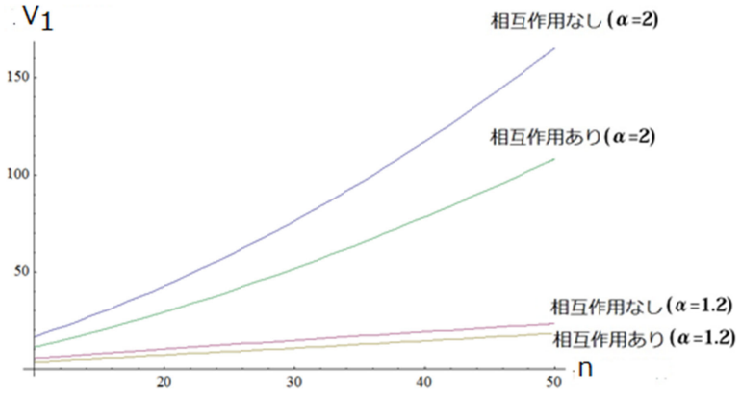


図 1

注) 石井・神頭 (2016, p. 47) から引用

Ⅲ ランク・サイズルールにもとづく魅力の相互作用

ランク・サイズルールから、施設へ行く回数が多いほどその施設の魅力が高いとすれば、最も魅力ある施設との情報による相互作用（以下、相互作用）は、

$$v_1 v_n = \frac{v_1^2}{n^\alpha} \quad (12)$$

が得られる。(12) 式の左辺はランク 1 の観光施設とランク n の観光施設の距離を 1 単位とした場合の魅力の相互作用を示しており、右辺は一種のポテンシャルモデルの形態を示している。この魅力の相互作用の和を系の相互作用とすれば、

$$\sum v_1 v_n = \sum \frac{v_1^2}{n^\alpha} = v_1^2 \sum \frac{1}{n^\alpha} = v_1^2 \left(1 + \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha} + \cdots + \frac{1}{n^\alpha}\right) \quad (13)$$

である。(13) 式の第 4 項に (5) 式を代入すると、

$$\sum v_1 v_n = \frac{Q(1 + 2^\alpha + 3^\alpha + \cdots + n^\alpha)}{k} \quad (14)$$

が導かれる。(14) 式から、施設の数が大きく、施設へ行く回数（すなわち、施設の魅力）に格差があるほど、最も訪れるランク 1 の施設とランク n の施設との相互作用は系（全体的）においてより強まっていくことを示している。

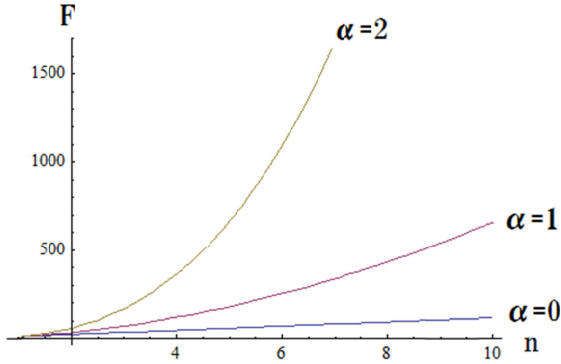


図 2

ここで,

$$\alpha=0 \text{ のとき, } \sum v_1 v_n = \frac{Q(1+2^0+3^0+\cdots+n^0)}{k} = \frac{Q}{k} n \quad (15)$$

$$\alpha=1 \text{ のとき, } \sum v_1 v_n = \frac{Q(1+2^1+3^1+\cdots+n^1)}{k} = \frac{Q}{2k} n(n+1) \quad (16)$$

$$\alpha=2 \text{ のとき, } \sum v_1 v_n = \frac{Q(1+2^2+3^2+\cdots+n^2)}{k} = \frac{Q}{6k} n(n+1)(2n+1) \quad (17)$$

である。図 2 は, (15) 式, (16) 式および (17) に関して $\frac{Q}{k}=12$, $1 \leq n \leq 10$ で描かれている。図 1 から, 格差が大きいほど, さらに施設数が増えるほど相互作用は大きくなることを示唆している。

このことは, それぞれの相互作用が加えられる効果は, 格差が大きい系ほど大きいことが示される。

IV チェビシェフの不等式とランク・サイズルールにもとづく初期における施設の数

ここでは, 2つの企業の相互作用を通じて, 観光施設数が同じで, 施設の魅力の格差が異なる場合の初期にどのくらいの立地数が存在したかについて分析する。

その際、平均としてではあるが、系列間の相互作用は系列を超えた各企業間の相互作用を上回ることが仮定され、それを調べるためにランク・サイズモデルをチェビシェフの不等式に応用する。

まずチェビシェフの不等式は、 $a_1 \geq \dots \geq a_n$ および $b_1 \geq \dots \geq b_n$ のとき、

$$\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i\right) \leq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i b_i \quad (18)$$

で表される⁷。さらに、ランク・サイズルールを応用するために

$$a_m = \frac{a_1}{m^\alpha} \quad \text{および} \quad b_m = \frac{b_1}{m^\beta}$$

を (18) 式に代入すると、

$$\left(\frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \frac{a_1}{m^\alpha}\right) \left(\frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \frac{b_1}{m^\beta}\right) \leq \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \frac{a_1 b_1}{m^\alpha m^\beta} \quad (19)$$

および

$$\frac{a_1 b_1}{n^2} \left(1 + \frac{1}{2^\alpha} + \dots + \frac{1}{n^\alpha}\right) \left(1 + \frac{1}{2^\beta} + \dots + \frac{1}{n^\beta}\right) \leq \frac{a_1 b_1}{n} \left(1 + \frac{1}{2^{\alpha+\beta}} + \dots + \frac{1}{n^{\alpha+\beta}}\right) \quad (20)$$

で表される。ただし、 a_1 は企業系 A のランク 1 の観光施設への旅行者数、 b_1 は企業系 B のランク 1 の観光施設への旅行者数、 α および β は各企業系における施設の魅力格差係数、 n はランクおよび施設数をそれぞれ示す。

また (20) 式を変形すると、

$$\frac{\left(1 + \frac{1}{2^\alpha} + \dots + \frac{1}{n^\alpha}\right) \left(1 + \frac{1}{2^\beta} + \dots + \frac{1}{n^\beta}\right)}{\left(1 + \frac{1}{2^{\alpha+\beta}} + \dots + \frac{1}{n^{\alpha+\beta}}\right)} \leq n \quad (21)$$

7 この不等式については、大関 (2012, pp. 130-131) によって平易に説明されている。

8 これは、チェビシェフの不等式の成立要件であるが、宇宙物理学に应用されるならば、宇宙は限りなく広がっていくが、広がりでの中では、物質の質量の格差が初期に創出した物質の最小の数が決められていることを物語っている。

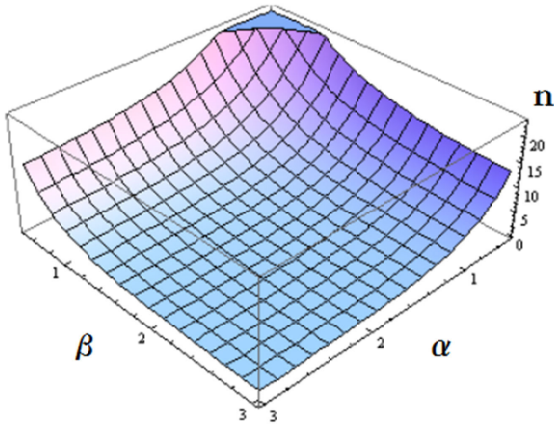


図 3

が導かれる⁸。図 3 は (21) 式について、 $n=50$ 、 $0.5 \leq \alpha \leq 3$ および $0.5 \leq \beta \leq 3$ で描かれている。

図 3 から、 α および β がそれぞれ小さくなるにつれて、または共に小さくなるほど、最小の施設数が急に多くなることが分かる。これについては、施設の魅力に格差がなくなるという意味において企業の参入がし易くなり、初期における施設の数が多いことを物語っている。

ここで、系における施設の数がかかなり多いとすれば、(21) 式は、リーマンのゼータ関数から、

$$\frac{\zeta(\alpha)\zeta(\beta)}{\zeta(\alpha+\beta)} \leq n \rightarrow \infty \quad (22)$$

で表される。ただし、 $1 < \alpha$ および $1 < \beta$ であり、

$$\zeta(\alpha) = \left(1 + \frac{1}{2^\alpha} + \cdots + \frac{1}{n^\alpha}\right) \quad (23)$$

$$\zeta(\beta) = \left(1 + \frac{1}{2^\beta} + \cdots + \frac{1}{n^\beta}\right) \quad (24)$$

および

$$\zeta(\alpha+\beta) = \left(1 + \frac{1}{2^{\alpha+\beta}} + \cdots + \frac{1}{n^{\alpha+\beta}}\right) \quad (25)$$

は、 $n \rightarrow \infty$ のリーマンのゼータ関数をそれぞれ示している。(22) 式より、結果的に観光施設の魅力の格差によって決められるステップアップのための必要最小の施設数が分かる⁹。例えば、これまでの都市研究を踏まえ、 $1 < \alpha \leq 3$ および $1 < \beta \leq 3$ の範囲において、(22) 式の α および β へ現実に近い値を代入すると、以下の不等式が得られる。ただし、(22) 式の左辺は対称性を示しているために α および β が交換されても式の値には影響を及ぼさないことに注意を要する。

$$\begin{aligned} \frac{\zeta(1.1)\zeta(1.1)}{\zeta(2.2)} &\approx 75 \leq n & \frac{\zeta(1.1)\zeta(1.5)}{\zeta(2.6)} &\approx 22 \leq n \\ \frac{\zeta(1.1)\zeta(2)}{\zeta(3.1)} &\approx 15 \leq n & \frac{\zeta(1.1)\zeta(2.5)}{\zeta(3.6)} &\approx 13 \leq n \\ \frac{\zeta(1.1)\zeta(3)}{\zeta(4.1)} &\approx 12 \leq n & \frac{\zeta(3)\zeta(3)}{\zeta(6)} &\approx 2 \leq n \end{aligned}$$

上記の各不等式から、因果関係は分からないが、施設の魅力に格差がない2つの系において、施設の最小の数が少ないことを示唆している。これについては、歴史的に解釈するならば現実の施設の数、格差が存在する場合、系においてどのくらいの施設数から出発したのかを教えてください。

V おわりに

ここでは、買い物回数モデルに観光施設の魅力格差の違いをみるためにランク・サイズモデルを応用することで、最も魅力のあるランク1の観光施設への回数関数を導いた。ついで各施設間の情報としての魅力の相互作用について分析した。さらに施設数がかなり多い場合で、スターリングの公式およびリーマンのゼータ関数を用いてランク1の観光施設への回数関数を構築している。そこでは、相互の情報がない場合は、最初にできた施設または多くの消費者に知られている魅力

9 ここでは、インプリシットに企業の競争と公共サービスが相互依存関係にあることを示唆している。

のある施設に人が集中して、その結果、他の施設へ人が集中しないために施設の格差が大きくなることが考察された。ついで、チェビシェフの不等式を用いて2つの系列企業（例えば、三井系および三菱系）の最小（必要）施設数を見出した。そこでは系列において施設に魅力の格差があるほど初期における施設数が少ないことが分かった。

今後は、これらの興味ある結果を踏まえて、現実との対応について分析および考察を行っていくことが課題として残される。

参考文献

- Converse, P. D. (1949) New Laws of Retail Gravitation, *Journal of Marketing*, Vol. 14, pp. 379-384.
- DiPasquale, D. and W. C. Wheaton (1996) *Urban Economics and Real Estate Markets*, Prentice-Hall（共訳－瀬古美喜・黒田達朗『都市と不動産の経済学』創文社、2001年）
- Huff, D. L. (1963) A Probabilistic of Shopping Trade Areas, *Land Economics*, Vol. 39, pp. 81-90.
- Huff, D. L. (1964) Defining and Estimating a Trading Area, *Journal of Marketing*, 28, pp. 34-38.
- Isard, W. (1956) *Location and Space-Economy*, The MIT press.（監訳－木内信蔵『立地と空間経済』朝倉書店、1964年）
- Kivell, P. T. and G. Shaw (2013) 'The Study of Retail Location', *Retail Geography*, edited by John A. Dawson, Routledge.
- Manfrino, R. B., Ortega, J. A. G. and R. V. Delgado (2009) *Inequalities-A Mathematical Olympiad Approach*, Birkhauser Basel（邦訳－佐藤淳郎『美しい不等式の世界－数学オリンピックの問題を題材として－』朝倉書店、2013年）
- Reilly, W. J. (1931) *The Law of Retail Gravitation*, New York: G. P. Putnam's Sons.
- 石井里枝・神頭広好（2016）『日本におけるアウトレットモールの空間分析』愛知大学経営総合科学研究所叢書 47，愛知大学経営総合科学研究所
- 大野清太（2012）『数学のかんどころ9 不等式』共立出版
- 小野田博一（2014）『数学超絶難問』日本実業出版社
- 神頭広好（2009）『都市の空間経済立地論－立地モデルの理論と応用』古今書院
- 中村 亨（2015）『リーマン予想とは何か』講談社
- 西岡久雄（1993）『立地論』大明堂、増補版

室井鉄衛（1981）『商圈の知識』日本経済新聞社

山中均之（1977）『小売商圈論』甲南大学経営学叢書 2, 千倉書房

流通産業研究所編（1981）『ショッピングセンター—立地とマーチャンダイジングのモデル分析—』流通研究双書 3

あとがき

年齢をかさねるにつれて学問はすべてつながっているということを実感しながら研究している次第である。

私が古書店や書店で購入した書物の中で頻繁に登場する研究者は、数学では、幾何学者としてギリシャ時代のアルキメデス、ユークリッド、ピタゴラスなど、時代に空白はあるが、数学と物理の分野では、デカルト、フェルマー、オイラー、リーマン、関孝和、ガリレオ、ケプラー、ニュートン、アインシュタインなど、経済学ではアダム・スミス、サミュエルソン、ソロー、スティグリッツ、クルーグマンなどをはじめ、地域科学の創始者であるアイザードの体系的研究は、他の学問領域をも包括している。ちなみに物理学者や数学者が経済学者になった例は少なくはない。

系統的に見ると、幾何学にもとづいた定理の応用が学問をより発展させてくれる。アルキメデス、ニュートン、デカルト、アインシュタインは幾何学を使って分かりやすく持論を展開している。幾何学を用いた著書をあさると、内容において数学が簡単化されていて直感的に理解できることが多い。

これまでの研究において、円形の都市を仮定すると、円や三角形に関する定理が多いために重心、内心、外心、パップス、パスカル、フェルマー、オイラーなどの定理のみならず和算家などの定理が役に立つ。さらにこれら定理にランク・サイズルールを応用すると、コンパクトシティや合併都市の中心地の問題が整理される。

最後に、自分の好きなことに集中して、これに関わる周辺学問は適当に、つまらないものは早めに削除すること、これが研究人生で分かったような気がします。

著者紹介

神 頭 広 好

HIROYOSHI KOZU

愛知大学経営学部教授

専 攻 経営立地論および立地分析

愛知大学経営総合科学研究所叢書 48

宇宙物理学の都市空間への応用

2016 年 12 月 20 日発行

著 者 神頭広好

発 行 所 愛知大学経営総合科学研究所

〒453-8777 名古屋市中村区平池町 4 丁目 60-6

印刷・製本 株式会社 一 誠 社

名古屋市昭和区下槇町 2-22

〔非売品〕

